

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Übungsblatt 9

(32) Betrachten Sie die Funktion $g(x) = e^{-x^2/2}$. Bestimmen Sie $g * g$,

- (a) indem Sie die Definition der Faltung benutzen.
- (b) indem Sie $\widehat{f}(x) = f(-x)$ und den Faltungssatz verwenden.

(2+2 Punkte)

(33) Seien $n \in \mathbb{N}_0$ und H_n das Hermite-Polynom vom Grad n , das rekursiv definiert ist durch $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$ und

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x) \quad \text{für } n \geq 1.$$

- (a) Bestimmen Sie $H_2(x)$, $H_3(x)$ und $H_4(x)$.
- (b) Zeigen Sie, dass $\frac{d}{dx}H_n(x) = 2nH_{n-1}(x)$.
- (c) Zeigen Sie, dass $H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} [e^{-x^2}]$.

Hinweise: (b) Induktion.

(c) Benutzen Sie die Tatsache, dass $-2n \frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} [f(x)] = 2x \frac{d^n}{dx^n} [f(x)] - \frac{d^n}{dx^n} [2xf(x)]$.

(2+3+3 Punkte)

(34) Sei f eine Funktion mit $\widehat{f}(t) = e^{-t^4}$. Bestimmen Sie die Fourier-Transformation der Funktion $g(x) = e^{2ix} f(3x)$.

(2 Punkte)