

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Wintersemester 2024/2025

Eingangstest

- (1) (a) Wann nennt man eine Folge $(a_n)_{n \geq 1}$ konvergent? Kennen Sie ein Kriterium für Konvergenz, das sich nicht auf den potenziellen Grenzwert bezieht?

(b) Bestimmen Sie folgende Grenzwerte:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{x^2 - 5} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

- (2) (Komplexe Zahlen)

(a) Was ist i^2 ?

(b) Berechnen Sie $(3 + 4i) \cdot (2 + i)$.

(c) Geben Sie $3 + 4i$ in Polarkoordinaten an.

- (3) Welche der nachfolgenden Mengen ist ein Vektorraum? Falls ja, kennen Sie eine Basis?

(a) \mathbb{R}^2 .

(b) \mathbb{Z} .

(c) Die Menge der Polynome in x mit reellen Koeffizienten.

- (4) Welche der folgenden Funktionen ist linear?

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) := 17x$.

(b) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; f(x, y) := xy$.

(c) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; f(x) := e^x$.

- (5) Bestimmen Sie für

$$M_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_2 := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) $M_1 \cdot M_2$.

(b) M_1^{-1} .

(6) Bestimmen Sie e^M für

$$M := \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad M := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(7) (a) Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$M := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Bestimmen Sie die Jordansche Normalform von

$$M := \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(8) Differenzieren Sie:

(a) $f(x) = \cos(x)$.

(b) $f(x) = e^{\lambda x}$.

(c) $f(x) = \frac{x}{\sin(x)}$.

(9) Bestimmen Sie folgende Integrale:

(a) $\int_0^1 (7x + 3x^2) dx$.

(b) $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} \frac{dx}{x(1-x)}$.

(c) $\int e^t \cos(t) dt$.