

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Wintersemester 2024/2025

Übungsblatt 4

- (9) Formulieren Sie die Fourier-Reihe für das Rechteckssignal aus Aufgabe (4) in der *komplexen* Version, also $f(x) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} c_n e^{inx}$, und berechnen Sie die Koeffizienten c_n .
Überprüfen Sie dann die Parseval'sche Gleichung für dieses Beispiel.
(2+2 Punkte)

- (10) Sei u die 2π -periodische Funktion, die durch $u(x) = x^2$ für $-\pi \leq x < \pi$ definiert ist. Berechnen Sie die (komplexen) Fourierkoeffizienten c_n für u .
(5 Punkte)

- (11) Seien $f, g \in L^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{C})$. Wir definieren die *Faltung* $h = f * g$ von f und g durch

$$h(x) = (f * g)(x) := \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_{\mathbb{R}^n} f(x-y)g(y)dy.$$

Dabei ist h wieder in $L^1(\mathbb{R}^n, \mathbb{C})$.

- (a) Zeigen Sie das Kommutativgesetz für die Faltung, d.h. $f * g = g * f$.
- (b) Zeigen Sie das Assoziativgesetz für die Faltung, d.h. $(f * g) * h = f * (g * h)$.
- (c) Zeigen Sie das Distributivgesetz für die Faltung, d.h. $(f + g) * h = f * h + g * h$.
- (d) Für $n = 1$ sei

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{für } |x| \leq 1, \\ 0, & \text{für } |x| > 1. \end{cases}$$

Berechnen Sie $f * f$ und skizzieren Sie das Resultat.

(2+2+2+2 Punkte)

Abgabe bis Dienstag, 05.11.2024, 10 Uhr, beim Tutor!