

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Wintersemester 2024/2025

Übungsblatt 6

(15) In dieser Aufgabe berechnen wir die Fourier-Transformierte von $f(x) = e^{-ax^2}$ (wobei $a > 0$ sei).

(a) Zeigen Sie: $\widehat{f}(t)$ erfüllt die Differentialgleichung

$$2a \frac{d}{dt} \widehat{f}(t) + t \cdot \widehat{f}(t) = 0 \quad (1)$$

Hinweis: Partielle Integration. Beachten Sie, dass unter einem Integral nun eine Ableitung steht.

(b) Lösen Sie die Differentialgleichung (1).

Hinweis: Sie kennen bereits die Integrationskonstante $\widehat{f}(0)$ aus der Vorlesung.

(2+2 Punkte)

(16) Berechnen Sie $f * f$ für $f(x) = e^{-ax^2}$ (mit $a > 0$). Aus welchem Kontext kennen wir das Ergebnis schon?

(4 Punkte)

(17) Seien $f, g \in L^1(\mathbb{R}, \mathbb{C})$. Zeigen Sie die folgende („Parseval“) Gleichung:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \widehat{g}(x) dx = \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{f}(x) g(x) dx .$$

Begründen Sie dabei jeden Schritt.

(4 Punkte)

(17') Wenn Sie Aufgabe (17) nicht lösen wollen, können Sie auch diese Aufgabe bearbeiten:

(a) Sei \widehat{f} die Fourier-Transformierte von f . Berechnen Sie die Fourier-Transformierte von $f(ax) \cdot \cos(bx)$, wobei $a > 0$ sei.

(b) Berechnen Sie die Fourier-Transformierten von $x^n f(x)$ und $\frac{d^n}{dx^n} f(x)$.

(2+2 Punkte)

Abgabe bis Dienstag, 19.11.2024, 10 Uhr, beim Tutor!