

Mathematische Methoden der Biowissenschaften III

Wintersemester 2024/2025

Übungsblatt 9

- (25) Sei $f \in L^1(\mathbb{R})$ und sei $g(x) := f(x - a)$, mit $a \in \mathbb{R}$ beliebig, aber fest.

Zeigen Sie: Dann ist auch $g \in L^1(\mathbb{R})$, und für alle $t \in \mathbb{R}$ gilt

$$\widehat{f}(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{g}(t) = 0.$$

(3 Punkte)

- (26) Seien H_n , mit $n \geq 0$, die Hermite-Polynome n -ter Ordnung, gegeben durch $H_0(x) \equiv 1$, $H_1(x) = -2x$ und die Rekursion

$$H_{n+1}(x) = -2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$$

(für $n \geq 1$).

(a) Berechnen Sie die H_n für $n \leq 5$.

(b) Zeigen Sie, dass $\frac{d}{dx}H_n(x) = -2nH_{n-1}(x)$ gilt.

(c) Zeigen Sie, dass $H_n(x) = e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}$ gilt.

(1+2+3 Punkte)

- (27) Berechnen Sie die Fourier-Transformierte für folgende Funktionen:

(a) $(8x^3 - 4x^2 - 10x + 1)e^{-x^2/2}$

(b) $P(x)e^{-ax^2}$ mit $a > 0$ und P ein Polynom vom Grad n

(c) e^{-x^2+ax} mit $a \in \mathbb{R}$

(1+2+1 Punkte)

Hinweis: In (a) hilft eine einfache Rechnung, für (b) sollen Sie ein Verfahren beschreiben, wie man das macht (und ggf. programmieren könnte). Bei (c) sollte man erst nachdenken.

- (28) Wiederholen Sie die beiden Blöcke zu Fourier-Reihen und zur Fourier-Transformation, und identifizieren Sie Dinge, die in der Ergänzungsstunde wiederholt oder vertieft werden sollen.

Abgabe bis Dienstag, 10.12.2024, 10 Uhr, beim Tutor!