Blatt III

Abgabe bis spätestens 08.05

Aufgabe 9 *(4 Punkte)*
Betrachte die Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen für die elementaren Funktionen

a) $f(z) = z^n$ für $n \in \mathbb{N}$;

b) $f(z) = e^z$;

c) $f(z) = \sin z$;

d) $f(z) = \tan z$;

Für welche z sind diese Funktionen komplex differenzierbar?

Aufgabe 10 *(4 Punkte)*
Untersuche auf Differenzierbarkeit und komplexe Differenzierbarkeit

a) $f(z) = z\bar{z}$;

b) $f(z) = \Re z$

b) In $0 < |z| < 1$ sei $f(z) = e^{-1/|z|}$.

Aufgabe 11 *(2 Punkte)*
Die Funktion f sei auf ganz $\mathbb{C}$ holomorph und reellwertig. Zeige, daß f konstant ist.

Aufgabe 12 *(4 Punkte)*
Es seien $f = g + ih$ holomorph und zweimal differenzierbar. Zeige, daß g und h reelle harmonische Funktionen sind, d.h. $\Delta g = \Delta h = 0$. Dabei ist $\Delta := \frac{\partial^2}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2}{\partial^2 y}$.
Hinweis: Untersuche unter welchen Bedingungen $ax^2 + bxy + cy^2$ Realteil eines holomorphen Polynoms ist.