Blatt V

Abgabe bis spätestens 22.05

Aufgabe 17 *(4 Punkte)*
Man bestimme die Abbildungen von S^2 auf sich, die unter der stereographischen Projektion der Multiplikation mit e^{it}, $t \in \mathbb{R}$, der Inversenbildung und dem Übergang zum Konjungierten entsprechen.

Aufgabe 18 *(4 Punkte)*
Sei $Tz := (\alpha z + \beta)/(\gamma z + \delta)$. Man zeige, daß die folgenden Aussagen equivalent sind:

1) $T(\mathbb{R} \cup \{\infty\}) = \mathbb{R} \cup \{\infty\}$;
2) $\exists\ a, b, c, d \in \mathbb{R}$: $Tz = (az + b)/(cz + d)$.

Man zeige dann, daß alle gebrochen linearen Transformationen, die die Einheitskreislinie in sich überführen, in der Form $Sz := (az+b)/(\bar{b}z+\bar{a})$ mit $a, b \in \mathbb{C}$, $|a| \neq |b|$ geschrieben werden können.

Aufgabe 19 *(4 Punkte)* Es bewege sich z auf einem von 0 ausgehenden Halbstrahl $\arg z = \text{const.}$ ins Unendliche. Für welche Richtungen derselben existiert

a) $\lim e^z$

b) $\lim z + e^z$

Aufgabe 20 *(4 Punkte)* Zeige, daß für $0 < |z| < 1$ ist stets $|z|/4 < |e^z - 1| < 7/4|z|$