
Blatt VII

Abgabe bis spätestens 05.06

Aufgabe 25 (4 Punkte)Für welche Werte von $z \in \mathbb{C}$ konvergiert

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{1 - z^n}?$$

Auf welchen Gebieten ist diese Konvergenz gleichmäßig?

Aufgabe 26 (4 Punkte)

Berechnen Sie mit Hilfe der Cauchyschen Integralformel die folgenden Integrale:

(a) $\int_{|z+1|=1} \frac{1}{(z-1)^2(z+1)} dz,$

(b) $\int_{|z-1|=1} \frac{1}{(z-1)^2(z+1)} dz,$

(c) $\int_{|z-i|=1} \frac{1}{(z-1)^2(z+1)} dz,$

(d) $\int_{|z|=2} \frac{1}{(z-1)^2(z+1)} dz.$

Hinweis: Benutzen Sie Partialbruchzerlegung.**Aufgabe 27** (4 Punkte) Es sei g stetig in einer Umgebung einer offenen Menge U mit stückweise glattem Rand. Zeigen Sie, daß dann

$$f(z) := \frac{1}{2\pi i} \int_{\partial U} \frac{g(\xi)}{\xi - z} d\xi$$

eine reguläre Funktion in U ist? Zeigen Sie, daß jedoch f nicht notwendigerweise eine stetige Fortsetzung auf den Rand ∂U hat die mit g übereinstimmt? **Hinweis:** Betrachten Sie als $g(z) = 1/z$ und als U die Einheitskreisscheibe um 0.**Aufgabe 28** (4 Punkte) Welche Werte kann

$$\int_{\gamma} \frac{1}{1+z^2} dz$$

annehmen, wenn γ alle möglichen Wege von 0 nach 1 durchläuft längs derer der Integrand stetig ist?