
Blatt IX

Abgabe bis spätestens 19.06

Aufgabe 32 (4 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen und bestimmen Sie ihr Konvergenzverhalten am Rande der Konvergenzkreises:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} z^n,$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n},$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2}.$

Hinweis: Benutze für (b):

$$\sum_{n=1}^N a_n b_n = b_{N+1} \left(\sum_{k=1}^N a_k \right) + \sum_{n=1}^N \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) (b_n - b_{n+1}).$$

Aufgabe 33 (4 Punkte)

Sei f eine in ganz \mathbb{C} holomorphe Funktion, die auf \mathbb{R} reellwertig ist. Zeigen Sie, daß $f(\bar{z}) = \overline{f(z)}$.

Aufgabe 34 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Nullstellenordnung von $\sin z$, $\tan z$, $(\sin z)^2$ und $\sin(z^2)$ in den jeweiligen Nullstellen.

Aufgabe 35 (4 Punkte) Sei f eine nicht konstante holomorphe Funktion auf $D_R(0)$. Zeigen Sie, daß $r \mapsto \sup_{|z|=r} |f(z)|$ eine strikt wachsende Funktion auf $(0, R)$ ist.