Blatt X

Abgabe bis spätestens 26.06

Aufgabe 36 *(4 Punkte)*
Sei P ein Polynom der Ordnung N. Sei $a \in \mathbb{C}$. Zeigen sie, daß $\{z \in \mathbb{C} | P(z) = a\}$ höchstens n Elemente habe kann oder ganz $\mathbb{C}$ ist.

Aufgabe 37 *(4 Punkte)* Sei f eine holomorphe Funktion auf einem beschränktem Gebiet D und $|f|$ habe eine stetige Fortsetzung auf $\bar{D}$. Sei $|f|$ konstant auf dem Rand. Zeigen sie, daß f entweder eine Nullstelle hat oder f konstant ist.

Definition 1 *Sei f eine ganze Funktion. Man sagt, daß f der Ordnung ρ als ganze Funktion ist, falls*

$$\rho = \limsup_{r \to \infty} \frac{\ln \ln M(f, r)}{\ln r},$$

wobei

$$M(f, r) := \sup_{|z| \le r} |f(z)|$$

Aufgabe 38 *(4 Punkte)*
Zeigen Sie, daß

1. $\exp(e^z)$ keine endliche Ordnung hat.
2. $\cos z$ die Ordnung 1 hat.
3. Polynome die Ordnung 0 haben.

Aufgabe 39 *(4 Punkte)* Sei f eine ganze Funktion. Zeige, daß f genau dann kein Polynom ist, falls

$$\limsup_{r \to \infty} \frac{\ln M(f, r)}{\ln r} = \infty.$$