

Übungen zur Vorlesung Numerik I

Sommersemester 2010

PD Dr. Thorsten Hüls
Dipl.-Math. Denny Otten

Übungsblatt 8
01.06.2010

Abgabe: Donnerstag, 10.06.2010, 10:00 Uhr in das Postfach des jeweiligen Tutors.
Mo.-Tutorium: Paul Voigt, paulvoigt@web.de, Postfach 195 in V3-128
Di.-Tutorium: Denny Otten, dotten@math.uni-bielefeld.de, Postfach 44 in V3-128
Mi.-Tutorium: Ingwar Petersen, ipeterse@math.uni-bielefeld.de, Postfach 227 in V3-128

Aufgabe 21: (Programmieraufgabe, LR-Zerlegung)

- (a) Implementieren Sie den Algorithmus der LR-Zerlegung zum Lösen linearer Gleichungssysteme der Form $Ay = b$. Realisieren Sie dabei die folgenden drei Strategien zur Pivotisierung:
1. ohne Pivotisierung ,
 2. absolute Spaltenpivotisierung,
 3. relative Spaltenpivotisierung.

Die Strategie der Pivotisierung sollte vom Benutzer beim Funktionsaufruf frei gewählt werden können und die Rückgabe der Funktion sollte lediglich die Lösung des linearen Gleichungsystems sein.

- (b) Testen Sie das Programm für die Daten

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 10^{-20} & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 15 \\ 17 \\ 21 \end{pmatrix}$$

mit den drei Pivotisierungsstrategien. Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit der Matlab internen Routine $A \setminus b$ und begründen Sie die auftretenden Unterschiede.

(6 Punkte)

Aufgabe 22: (Programmieraufgabe, Trigonometrische Interpolation, LR-Zerlegung)

- (a) Entwickeln Sie ein numerisches Verfahren, das zu gegebenen Datenpaaren $(t_j, s_j)_{j=0, \dots, m}$ für geradzahlige $m \in \mathbb{N}$ die zugehörige trigonometrische Interpolationsfunktion p bestimmt. Die Funktion p soll dabei in dem Vektorraum $\text{span}\{p_0, \dots, p_m\}$ liegen, wobei

$$\begin{aligned} p_0(t) &= 1, \\ p_{2j}(t) &= \cos\left(\frac{2\pi jt}{T}\right), \quad j = 1, \dots, \frac{m}{2}, \\ p_{2j-1}(t) &= \sin\left(\frac{2\pi jt}{T}\right), \quad j = 1, \dots, \frac{m}{2}. \end{aligned}$$

Desweiteren sollte bei der Berechnung das LR-Verfahren verwendet werden.

- (b) Implementieren Sie Ihr Verfahren aus Teil (a) und verwenden Sie bei der LR-Zerlegung eine absolute Spaltenpivotisierung. Berechnen Sie anschließend die trigonometrische Interpolationsfunktion zu den Daten

$$t_j = \frac{2\pi j}{m}, \quad s_j = f(t_j), \quad j = 0, \dots, m$$

für $m = 26$ und $m = 50$ sowie für $T = 2\pi + 1$, wobei

$$f(t) = \frac{8}{5} (t - \pi)^2 \sin(16(t - \pi)), \quad t \in [0, 2\pi].$$

Plotten Sie f und p für jedes m in ein eigenes Diagramm. Hinweis: Verwenden Sie die bereits in Aufgabe 21 erzeugte Funktion zur Berechnung der LR-Zerlegung.

- (c) Plotten Sie anschließend den Fehler

$$e(t) = |p(t) - f(t)|$$

auf dem Intervall $[0, 2\pi]$.

Plotten Sie zudem die Interpolationsfehler

$$e_m = \max_{t \in [0, 2\pi]} |f(t) - p(t)| \quad \text{für } m = 0, 2, \dots, 80,$$

wobei die y -Achse logarithmisch zu wählen ist.

(6 Punkte)