

# Vertiefung NWI: Gewöhnliche Differentialgleichungen Wintersemester 2016/2017

Dozent: Dr. Denny Otten  
Präsenzübungsblatt 13  
30.01.2017-03.02.2017



**Abgabe: nicht vorgesehen.** Bearbeitung während der Präsenzübung.

Präsenzübung 1: Do. 10-12 Uhr, V2-216, Andre Wilke.  
Präsenzübung 2: Fr. 10-12 Uhr, V4-119, Philipp Külker.  
Präsenzübung 3: Fr. 14-16 Uhr, V2-210, Markus Ebke.

## Aufgabe 25 (Fundamentalsystem, Wronski-Determinante).

Seien  $u_1$  und  $u_2$  Lösungen der Differentialgleichung

$$2u''(t) - \frac{4}{t^2 + 4t + 3}u'(t) + \cos(t)u(t) = 0$$

zu den Anfangswerten

$$u_1(0) = 1, u_1'(0) = 3, \quad \text{bzw.} \quad u_2(0) = 2, u_2'(0) = 4.$$

Zeigen Sie, dass diese Lösungen ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung bilden. Berechnen Sie die Wronski-Determinante zum Zeitpunkt  $t = 3$ .

## Aufgabe 26 (Differentialgleichungssysteme 1. Ordnung mit konstanten Koeffizienten).

Bestimmen Sie für  $a = \{-2, 0, 2\}$  jeweils alle Lösungen der Differentialgleichung

$$u'(t) = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & 1 \end{pmatrix} u(t).$$

Hinweis: Verwenden Sie den Ansatz  $u(t) = e^{\lambda t}w$ ,  $t \in \mathbb{R}$  mit  $\lambda \in \mathbb{C}$  und  $w \in \mathbb{C}^2$  und im Fall  $a = 0$  den zusätzlichen Ansatz  $u(t) = te^{\lambda t}w + e^{\lambda t}\tilde{w}$ ,  $t \in \mathbb{R}$  mit  $\lambda \in \mathbb{C}$  und  $w, \tilde{w} \in \mathbb{C}^2$ .