Aufgaben zu
Gewöhnliche Differentialgleichungen
Sommersemester 2014

W.–J. Beyn
A. Girod

Abgabe: Mittwoch, 16.04.2014, 8:30 Uhr

Übungsgruppen: Do. 14–16, V5–148, Postfach: V3–128 (36) (Nils Strunk)
Do. 18–20, V5–148, Postfach: V3–128 (215) (Jochen Röndigs)
Di. 12–14, V5–148, Postfach: V3–128 (44) (Denny Otten)
Di. 16–18, V4–119, Postfach: V3–128 (114) (Alina Girod)

Aufgabe 1:

Geben Sie zu den folgenden skalaren Anfangswertaufgaben die Lösung sowie ihr maximales Existenzintervall an (Benutzen Sie die praktische Merkregel und verifizieren Sie anschließend die Lösung).

(i) $u'(t) = |u(t) - 1|\,, \quad u(0) = u_0,$

(ii) $u'(t) = t\exp(u(t)), \quad u(t_0) = u_0,$

(iii) $u'(t) = 2tu(t) + tu(t)^2, \quad u(t_0) = u_0.$

(6 Punkte)

Aufgabe 2:

Skizzieren Sie die Richtungsfelder der folgenden Differentialgleichungen. Zeichnen Sie jeweils mindestens 10 Pfeile im angegebenen Gebiet. Markieren Sie den Bereich, in dem waagerechte Pfeile auftreten.

(i) Zeichnen Sie im (t, u) Diagramm:

$$u'(t) = u(t)(\sin(t) + 2 + 3u(t)), \quad t \in [0, 2\pi], \quad u \in [0, 1],$$

(ii) Zeichnen Sie im (u_1, u_2) Diagramm das projizierte Richtungsfeld von

$$(u_1, u_2)'(t) = (u_1(t)u_2(t), u_2(t) - u_1(t)), \quad u_1, u_2 \in [-1, 1]$$

und markieren Sie zusätzlich die Bereiche, in denen senkrechte Pfeile auftreten.

(6 Punkte)

Aufgabe 3:

Die Geschwindigkeit eines Fallschirmspringers mit geöffnetem Fallschirm lässt sich durch die Differentialgleichung

$$u'(t) = g - cu^2(t), \quad g = 9.81\,\mathrm{m/s^2}, \quad \mathrm{c} = 0.3\,\mathrm{m^{-1}}$$

modellieren.
Zeigen Sie, dass ein Fallschirmspringer, der momentan mit einer Geschwindigkeit von 6 $\mathrm{m/s}$ fällt, seinen Fallschirm zwei Sekunden vorher noch nicht geöffnet haben konnte.

(6 Punkte)