

Aufgaben zu Gewöhnliche Differentialgleichungen Sommersemester 2014

W.-J. Beyn
A. Girod

Abgabe: Mittwoch, 23.04.2014, 8:30 Uhr

Übungsgruppen: Do. 14–16, V5–148, Postfach: V3–128 (36) (Nils Strunk)
Do. 18–20, V5–148, Postfach: V3–128 (215) (Jochen Röndigs)
Di. 12–14, V5–148, Postfach: V3–128 (44) (Denny Otten)
Di. 16–18, V4–119, Postfach: V3–128 (114) (Alina Girod)

Aufgabe 4:

Geben Sie alle Lösungen folgender skalarer Differentialgleichungen bzw. Anfangswertaufgaben an.

- (i) $u' = -u + te^t$,
- (ii) $u' = 2tu + t$, $u(0) = 1$,
- (iii) $u' = -\frac{1}{t}u + 1 + \frac{1}{t}$, $t > 0$, $u(t_0) = u_0$, $t_0 > 0$.

(6 Punkte)

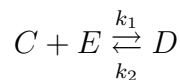
Aufgabe 5:

(a) Man führe die skalare Anfangswertaufgabe

$$u' = \alpha(u - u_1)(u - u_2), \quad t \geq 0, \quad u(0) = u_0,$$

mit gegebenen Konstanten $\alpha > 0$, $u_2 \geq u_1 \geq 0$ und Anfangswert $0 \leq u_0 \leq u_2$ durch die Substitution $v = u_2 - u$ auf eine bekannte Anfangswertaufgabe zurück und bestimme auf diese Weise ihre Lösung.

(b) Bei einer chemischen Reaktion



mit Reaktionskonstanten $k_1 > 0$, $k_2 \geq 0$ genügen die Konzentrationen $c(t)$, $e(t)$, $d(t)$ für $t \geq 0$ der folgenden Anfangswertaufgabe

$$\begin{aligned} \dot{d} &= k_1ce - k_2d, & d(0) &= d_0 \geq 0, \\ \dot{e} &= -k_1ce + k_2d, & e(0) &= e_0 \geq 0, \\ \dot{c} &= -k_1ce + k_2d, & c(0) &= c_0 \geq 0. \end{aligned}$$

Vereinfachen Sie das System zu einer skalaren Anfangswertaufgabe, geben Sie die Lösung $(d, e, c)(t)$ für $t \geq 0$ an und untersuchen Sie den Grenzwert für $t \rightarrow \infty$. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Konzentrationen für die Raten $k_1 = 3$, $k_2 = 6$ und die Startwerte $c_0 = 2$, $e_0 = 1$, $d_0 = 4$.

Hinweis: Man verwende Teil (a).

(6 Punkte)