

# Aufgaben zu Gewöhnliche Differentialgleichungen Sommersemester 2014

W.-J. Beyn  
A. Girod

**Abgabe: Mittwoch, 21.05.2014, 8:30 Uhr**

Übungsgruppen: Do. 14–16, V5–148, Postfach: V3–128 (36) (Nils Strunk)  
Do. 18–20, V5–148, Postfach: V3–128 (215) (Jochen Röndigs)  
Di. 12–14, V5–148, Postfach: V3–128 (44) (Denny Otten)  
Di. 16–18, V4–119, Postfach: V3–128 (114) (Alina Girod)

## Aufgabe 15:

Zeigen Sie, dass nicht jede Lösung des Anfangswertproblems

$$u' = \sqrt[3]{u^2}, \quad u(0) = 0$$

mit Hilfe der Folge der Euler-Polygone oder der Folge der Picard-Iterierten, gestartet bei der Nullfunktion, angenähert werden kann.

(6 Punkte)

## Aufgabe 16:

Sind die folgenden Funktionenfamilien gleichgradig stetig?

(i)  $f_n(t) = t^n, \quad t \in [-1, 0], \quad n \in \mathbb{N},$

(ii)  $f_n(t) = \sqrt{t + \frac{1}{n+1}}, \quad t \in [0, 1], \quad n \in \mathbb{N}.$

(6 Punkte)

## Aufgabe 17:

Sei die Anfangswertaufgabe

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}' = \begin{pmatrix} u_1^2 + t \\ u_1 u_2 + u_2 \end{pmatrix}, \quad u_0 := \begin{pmatrix} u_1(1) \\ u_2(1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

auf  $Q = \{(t, v) \in [0, 2] \times \mathbb{R}^2 : |v - u_0|_\infty \leq \beta\}$  mit  $\beta > 0$  gegeben.

Zeigen Sie, dass der lokale Existenz- und Eindeigkeitssatz anwendbar ist und bestimmen Sie  $\beta$ , so dass der Satz ein möglichst großes Existenzintervall liefert.

(6 Punkte)