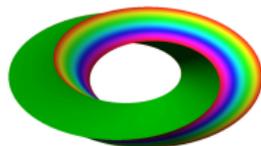


# Ein Lösungsverfahren für Sudoku-Rätsel

PD Dr. Thorsten Hüls  
Dr. Denny Otten  
Prof. Dr. Wolf-Jürgen Beyn

Fakultät für Mathematik  
Universität Bielefeld  
[dotten@math.uni-bielefeld.de](mailto:dotten@math.uni-bielefeld.de)  
[www.math.uni-bielefeld.de:~/dotten](http://www.math.uni-bielefeld.de/~dotten)



Schulbesuch, Friedrichs-Gymnasium Herford, 24.10.2014

# Sudoku (Quelle: Wikipedia, Spektrum der Wissenschaft)

1979 Veröffentlicht als 'NumberPlace', anonym von Howard Garns (USA).

1984 Popularisierung in Japan, 1986 wird der Name Sudoku patentiert.

	3						
			1	9	5		
		8					6
8				6			
4			8				1
				2			
	6					2	8
			4	1	9		5
							7

# Sudoku (Quelle: Wikipedia, Spektrum der Wissenschaft)

1979 Veröffentlicht als 'NumberPlace', anonym von Howard Garns (USA).

1984 Popularisierung in Japan, 1986 wird der Name Sudoku patentiert.

1 2 5 6 7 9	3	1 2 4 5 6 7 9	2 6 4 7 8	4 2 6 7 8	1 4 5 7 8 9	1 2 4 5 7 8 9	2 4 7 8 9
2 7 6	2 4 7	2 4 7 6	1	9	5	4 3 7 8	2 3 4 7 8
1 2 7 5	1 2 4 5 7 9	8	2 3 7 4	3 7	2 3 4 7	1 3 4 5 9	6 4 7 9
8	1 2 7 5	1 2 3 4 5 9	5 3 7 9	6	1 3 4 7	4 5 3 7 9	2 3 4 5 7 9
4	2 7 5	2 3 5 6 9	8	3 7 5	3 7	3 5 6 9	2 3 5 9
1 3 7 5 6	1 7 5	1 3 4 5 6 9	3 7 5 9	2	1 3 4 7	4 5 6 7 8 9	3 4 6 7 8 9
1 3 7 5	6	1 3 4 5 9	7 5 3 7 5 7	3 7	2 8	4 3 7 9	
2 3 7	2 7 8	2 3 7	4	1	9	3 3 6	5
1 2 3 5 9	1 2 4 5 8 9	1 2 3 4 5 9	2 3 5 6	3 5 8	2 3 6 8	1 3 4 6 9	7 4 6 9

# Sudoku (Quelle: Wikipedia, Spektrum der Wissenschaft)

1979 Veröffentlicht als 'NumberPlace', anonym von Howard Garns (USA).

1984 Popularisierung in Japan, 1986 wird der Name Sudoku patentiert.

5	3	4	6	7	8	9	1	2
6	7	2	1	9	5	3	4	8
1	9	8	3	4	2	5	6	7
8	5	9	7	6	1	4	2	3
4	2	6	8	5	3	7	9	1
7	1	3	9	2	4	8	5	6
9	6	1	5	3	7	2	8	4
2	8	7	4	1	9	6	3	5
3	4	5	2	8	6	1	7	9

# Sudoku – Wie viele Zahlen sind mindestens vorzugeben?

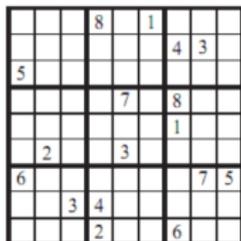
# Sudoku – Wie viele Zahlen sind mindestens vorzugeben?

2012 McGuire, Tugemann, Civaro: Mindestens 17 Zahlen sind vorzugeben, um eine eindeutige Belegung zu erzwingen.  
MIT Technology Review:

 Emerging Technology From the arXiv  
January 6, 2012

## Mathematicians Solve Minimum Sudoku Problem

Sudoku fanatics have long claimed that the smallest number of starting clues a puzzle can contain is 17. Now a year-long calculation proves there are no 16-clue puzzles.



# Was ist ein Sudoku-Rätsel?

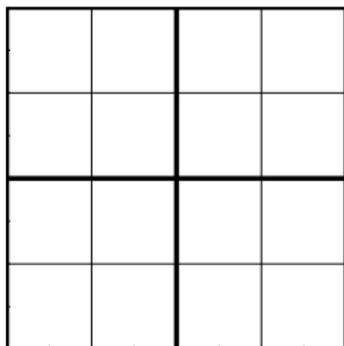


Abbildung: Sudoku-Rätsel (für  $n = 2$ )

- Es bezeichne  $n \in \mathbb{N}$  eine natürliche Zahl, wobei

$$\mathbb{N} := \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

- Das Spiel besteht aus einem Gitterfeld mit  $n \times n$  Blöcken, die jeweils in  $n \times n$  Felder unterteilt sind (insgesamt  $(n \cdot n)^2 = n^4$  Felder).

1			
	2		
		1	2
			3

Abbildung: Startsetting (für  $n = 2$ )

- In einige dieser Felder sind zu Beginn Ziffern zwischen **1** und  $n^2$  vorgegeben (meist sind etwa **27 – 44%** der Felder vorgegeben).

1	3	2	4
4	2	3	1
3	4	1	2
2	1	4	3

Abbildung: Lösung (für  $n = 2$ )

- Ziel des Spiels ist es, die leeren Felder des Rätsels so zu vervollständigen, dass in jeder der  $n^2$  Zeilen, Spalten und Blöcke jede Ziffer von 1 bis  $n^2$  genau einmal auftritt.

# Herleitung des Färbungsproblems

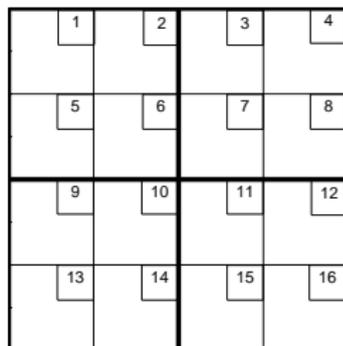


Abbildung: Sudoku (für  $n = 2$ )

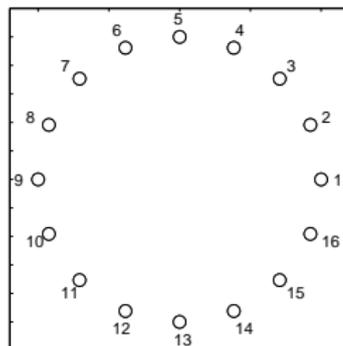


Abbildung: Färbungsgraph (für  $n = 2$ )

- Für jedes der  $n^4$  Felder (linke Abb.) zeichnen wir genau einen Knoten (rechte Abb.).

# Herleitung des Färbungsproblems

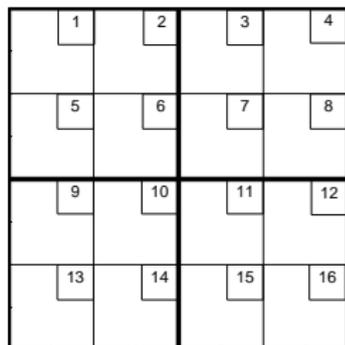


Abbildung: Sudoku (für  $n = 2$ )

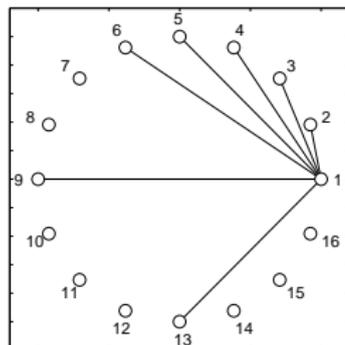


Abbildung: Färbungsgraph (für  $n = 2$ )

- Verbinde diejenigen Knoten miteinander, in deren Feldern nicht dieselben Zahlen auftreten dürfen.

# Färbungsproblem



Abbildung: Sudoku (für  $n = 2$ )

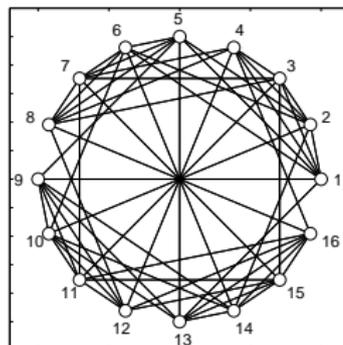


Abbildung: Färbungsgraph (für  $n = 2$ )

- Verbinde diejenigen Knoten miteinander, in deren Feldern nicht dieselben Zahlen auftreten dürfen.



# Lösen des Färbungsproblems (Lösung)

1	2	3	4
1	3	2	4
5	6	7	8
4	2	3	1
9	10	11	12
3	4	1	2
13	14	15	16
2	1	4	3

Abbildung: Sudoku (für  $n = 2$ )

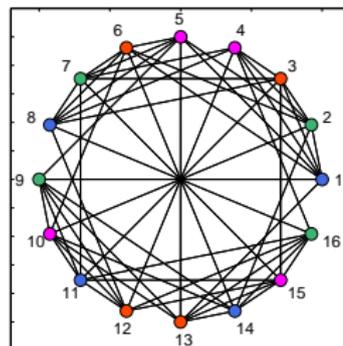


Abbildung: Färbungsgraph (für  $n = 2$ )

- Lösung: Alle Knoten, die direkt durch eine Kante miteinander verbunden sind, haben unterschiedliche Farben (rechte Abb.).