Zum Nachweis der Konvergenz (vor 9.30): Ich behaupte einfach mal, dass man den Folgen, für die ihr die Konvergenz nachweisen sollt, relativ leicht den Grenzwert ansieht (zumindest denen, um die es in den derzeitig zu bearbeitenden Aufgaben geht). Nehmen wir also an, wir haben den Grenzwert λ der Folge erkannt. Nach 9.8 müssen wir nur zeigen, dass für jedes $\varepsilon > 0$ nur endliche viele Folgenglieder außerhalb der ε-Umgebung um λ liegen. Wir wollen dazu ein Beispiel behandeln:
Sei $a_\star \colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ eine reelle Folge, erklärt durch $a_0 := 1$, und $\forall i \in \mathbb{N} \setminus \{0\} : a_i := \frac{1}{i}$. Wir vermuten nun, dass der Grenzwert der Folge $0 =: \lambda$ ist. Wir nehmen ein beliebiges $\mathbb{R} \ni \varepsilon > 0$ her und zeigen, dass es einen endlichen Index n_0 gibt, so dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass aus $n_0 < n$ schon $|\lambda - a_n| < \varepsilon$ folgt. Da $\varepsilon \in \mathbb{R}$ gilt, ist auch $\frac{1}{\varepsilon} \in \mathbb{R}$. Wir wissen, dass $\mathbb{R}$ ordnungsvollständig, also auch archimedisch ist. Somit gibt es ein $n' \in mathbbN$ mit $\frac{1}{\varepsilon} \leq n'$. Nun definieren wir $n_0 := n' + 1$, was uns $\frac{1}{\varepsilon} < n_0 \Leftrightarrow \frac{1}{n_0} < \varepsilon$ gibt. Nun ist es recht leicht zu verifizieren (in einer Abgabe erwarte ich dafür ein paar mehr Argumente in Form von Verweisen auf Sätze etc. aus dem Skript), dass für alle $n \in \mathbb{N}$ mit $n_0 \leq n$ gilt:

$$|\lambda - a_n| = |0 - \frac{1}{n}| = \frac{1}{n} \leq \frac{1}{n_0} < \varepsilon.$$

Somit liegen ab n_0 alle Folgenglieder in der ε-Umgebung der 0, maW nur endlich viele außerhalb der Umgebung. Das war zu zeigen.
In der Regel muss man bei der Definition des n_0 ein wenig mehr arbeiten. Wenn ihr den Grenzwert beispielsweise bereits erraten habt, könnt ihr eine Ungleichungskette wie oben aufstellen (mit generischem n_0) und dann an entsprechender Stelle, wenn ihr den Ausdruck mit Hilfe von n_0 abgeschätzt habt, für euch selbst die Bedingung stellen, dass dieser Ausdruck kleiner als ε sein soll. Ein Auflösen der Ungleichung nach n_0 liefert euch dann eine (meist) brauchbare Definition für n_0, da ε ja bereits gegeben ist.

Eine alternative Herangehensweise:
Bis einschließlich Aufgabe 9.29 ist die Konvergenz einer Folge auch genau dann gegeben, wenn der Limes superior und der Limes inferior existieren und gleich sind (9.23). In diesem Fall ist der Grenzwert der Folge gleich dem Limes superior, der wiederum gleich dem Limes inferior ist. Um also zu zeigen, dass eine Folge konvergiert, muss gezeogt werden, dass

1. der Limes superior existiert,
2. der Limes inferior existiert und
3. Limes inferior gleich Limes superior gilt.

Beobachtung 9.19 gibt uns einige Aussagen (insbesondere $L < R$), die wir in Verbindung mit Aufgabe 8.9 nutzen können. Wenn ihr die Mengen L und R genau angeben und nachweisen könnt, dass sie nach oben beziehungsweise nach unten beschränkt und nicht leer sind, könnt ihr mit Hilfe der Aufgabe 8.9, zweite Aussage, relativ schnell zum Ziel kommen. Ein Beispiel:

Sei $a_\star : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ eine reelle Folge, erklärt durch $\forall i \in \mathbb{N} : a_i = 0$. Wir erkennen in diesem Fall natürlich direkt, dass die Folge gegen 0 konvergiert. Wir definieren $L := \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$ und $R := \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$. Es ist in diesem Fall direkt ersichtlich, dass L und R nicht leer und außerdem nach oben bzw. nach unten beschränkt sind. Für $x \in L$ und $y \in R$ gilt $x \le y$ (vgl. 9.19). Außerdem entsprechen L und R gerade der Links- bzw. Rechtsmenge der Folge $a_\star$ (das solltet ihr bei einer Abgabe zeigen, aus meiner Sicht ist das einer der Hauptteile der Arbeit, die ihr bei einer solchen Aufgabe zu erledigen habt). Da $\mathbb{R}$ ordnungs-vollständig ist, sind alle unsere Voraussetzungen der Aufgabe 8.9 erfüllt, außerdem existieren (vgl. 6.22) $\sup L$ und $\inf R$. Wir beweisen nun, dass die zweite Aussage wahr ist, bekommen dadurch die äquivalente erste Aussage und haben somit die Konvergenz gezeigt.
Sei $\varepsilon \in \mathbb{R}$ mit $\varepsilon > 0$. Dann gilt $y := \frac{\varepsilon}{3} > 0$, also $y \in R$ und $x := -\frac{\varepsilon}{3} < 0$, also $x \in L$. Wir erhalten $0 \le y - x = \frac{\varepsilon}{3} + \frac{\varepsilon}{3} = \frac{2\varepsilon}{3} < \varepsilon$. Die zweite Aussage der Aufgabe ist somit bewiesen, es folgt $\sup L = \inf R$, die Folge konvergiert also.
Als nächstes wollen wir $\sup L$ bestimmen. Wir wissen bereits, dass 0 eine obere Schranke von L ist, das sieht man der Definition direkt an. Bleibt zu zeigen, dass 0 die kleinste obere Schranke ist. Dies tun wir durch Kontraposition. Sei $\delta \in \mathbb{R}$ mit $\delta < 0$. Dann gilt $\delta < \frac{\delta}{2}$ (warum?) und $\frac{\delta}{2} < 0$, also $\frac{\delta}{2} \in L$. Das heißt, dass δ keine obere Schranke von L ist. Es folgt, dass 0 die kleinste obere Schranke von L ist, somit mit dem ersten Teil also der Grenzwert der Folge $a_\star$.

Zum Thema Teilfolgen: Teilfolgen definiert ihr in 10.27. Da das deutlich hinter den Aufgabennummern des aktuellen Blattes liegt solltet ihr vielleicht nicht von Teilfolgen sprechen, sondern das ganze vielleicht etwas anders umschreiben. Wie wir ja schon besprochen haben, kann man sich bestimmte "Arten" von Indizes anschauen (ich will nicht zu viel verraten) und da mit Endlichkeit von gewissen Mengen argumentieren. Ich habe mal gelesen, dass ε-Umgebungen da auch hilfreich sein sollen. ☺