

Wir fassen hier alle drei Arten von Degenerierung unter dem Begriff entartetes Dreieck zusammen.

Aufgabe 1: Entscheidende Idee ist natürlich, dass die Seiten b und c von $\triangle ABC$ die Höhen des neuen Dreiecks $\triangle BCH$ sind. Ich erwarte eine stichhaltige Begründung, warum sie das sind. Warum stehen sie orthogonal auf den Seiten? Ein Hinweis darauf, dass sie auch durch die entsprechenden Punkte des neuen Dreiecks gehen ist ebenfalls wichtig wie der Hinweis, dass sie sich in A schneiden.

Aufgabe 2: Bei beiden Aufgabenteilen ist unsere Grundvoraussetzung, dass das Dreieck nicht entartet ist. Die grundlegende Idee ist hier, dass der Schnittpunkt zweier Mittelsenkrechten bzw. Winkelhalbierenden auch auf der dritten Mittelsenkrechten bzw. Winkelhalbierenden. Wichtig ist also eine Begründung dazu, warum sich zwei der beiden Gerade schneiden müssen.

Nehmen wir an, dass die Winkelhalbierende bei A und die Winkelhalbierende bei B identisch sind, so sind entweder A und B identisch oder liegen zusammen mit C auf einer Geraden. In beiden Fällen ist das Dreieck entartet. Sind die beiden Winkelhalbierenden parallel, so ist der Winkel zwischen der Winkelhalbierenden bei A und der Seite c sowie der Winkel zwischen der Winkelhalbierenden bei B und der Seite c jeweils 90° . Damit wären die Winkel bei A und bei B jeweils 180° und damit das Dreieck ebenfalls entartet.

Aufgabe 3: Hier sehe ich als grundlegend zu zeigen an, dass die Mittelsenkrechten durch die Punkte des Seitenmittendreiecks gehen (auch wenn es klar ist), sowie dass sie senkrecht auf den Seiten des Seitenmittendreiecks stehen. Hier half uns ja der entsprechende Satz über das Seitenmittendreieck aus der Vorlesung sowie das Wissen über Stufenwinkel.