

# Die Perron–Frobenius–Tabelle der Deutschen Fußballbundesliga

GÜNTER CZICHOWSKI (UNIV. GREIFSWALD), DIRK FRETTLÖH (UNIV. BIELEFELD)

In der Fußballbundesliga gibt es für jeden Sieg drei Punkte, für jedes Unentschieden einen Punkt, ungeachtet dessen, ob der Gegner Bayern München heißt oder St. Pauli. Was würde passieren, wenn man die Punkte je nach Stärke des Gegners vergibt? Und wie kann man das errechnen?

Darauf gibt es eine elegante Antwort. Die Stärke eines Gegners soll sich nach der Abschlusstabelle bemessen (nicht unbedingt an der herkömmlichen Abschlusstabelle, sondern an unserer, die wir nun herleiten). Bezeichnen wir mit  $P_{i,j}$  die Zahl der (herkömmlichen) Punkte, die Team  $i$  gegen Team  $j$  in einer Saison erzielt hat, und die Spielstärke von Team  $j$  mit  $S_j$ , so wollen wir Team  $i$  die erzielten Punkte gutschreiben (3 für einen Sieg, einen für ein Unentschieden), aber gewichtet mit der Stärke des jeweiligen Gegners. Insgesamt also:

$$P_{i,1}S_1 + P_{i,2}S_2 + P_{i,3}S_3 + \cdots + P_{i,18}S_{18}.$$

Diese Punktzahl soll entscheidend sein für unsere Abschlusstabelle. Also proportional zur Spielstärke. Und da beißt sich scheinbar die Katze in den Schwanz: Wir brauchen die Spielstärken, um die Punktzahlen zu errechnen, und umgekehrt. In Wirklichkeit liegt hier aber lediglich ein Eigenwertproblem vor:

$$\begin{pmatrix} P_{1,1} & \cdots & P_{1,18} \\ \vdots & & \vdots \\ P_{18,1} & \cdots & P_{18,18} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_{18} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_{18} \end{pmatrix}$$

“Eigenwert” ist ein Begriff aus der Linearen Algebra. Eine gute Erklärung findet man etwa unter [de.wikipedia.org/wiki/Eigenwert](http://de.wikipedia.org/wiki/Eigenwert). Man muss aber nichts darüber wissen um weiterzulesen, zumindest nach dem folgenden Theorem [1, 2]. Dieses benutzen wir nur:

**Theorem 1 (Perron–Frobenius)** *Sei  $P = (P_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$  eine Matrix mit reellwertigen, nichtnegativen Einträgen und der Eigenschaft, dass eine Potenz  $P^k$  dieser Matrix ausschließlich positive Einträge hat. Dann besitzt  $P$  einen positiven reellen einfachen Eigenwert  $\lambda$ , dessen Betrag größer ist als der Betrag jedes anderen Eigenwerts von  $P$ . Weiterhin gibt es einen Eigenvektor  $S$  zu  $\lambda$ , der ausschließlich positive Einträge hat.*

Gut: Unsere Matrix von oben, nennen wir sie auch  $P$ , hat gewiss die Eigenschaft, dass alle Einträge nichtnegative Zahlen sind, denn Minuspunkte kann man in der Bundesliga nur am grünen Tisch bekommen, nicht durch Punktspiele. Die zweite geforderte Eigenschaft (mit den positiven Einträgen) nehmen wir der Bequemlichkeit halber einfach mal als gegeben an. In der Tat ist diese zweite Eigenschaft praktisch immer erfüllt. Nicht erfüllt wäre sie etwa, wenn ein Team alle Spiele gewinnen würde, was in der Geschichte der Fußballbundesliga noch nie vorkam. Also müssen wir lediglich die Matrix  $P$  aufstellen, deren Eigenwerte ausrechnen, und zum betragsgrößten Eigenwert einen Eigenvektor  $S$  berechnen. Dieser Vektor  $S$  (bzw.  $-S$ ) liefert nun die Spielstärke, und somit auch die Tabelle.

Diese Arbeit kann ein Computeralgebraprogramm wie Maple, Mathematica, Matlab, etc. erledigen. Für die Beispiele unten wurde Mathematica verwendet. Ist die Matrix  $P$  eingegeben — das macht die meiste Arbeit, da man die benötigten Daten z. B. aus einer Kreuztabelle mit allen Einzelergebnissen ablesen muss — dann liefert der Befehl `EigenSystem[N[P], 1]` den gesuchten Eigenwert sowie den zugehörigen Eigenvektor. Dieser Eigenvektor enthält entweder — wie gewünscht — nur positive reelle Zahlen, oder aber nur negative. Im letzteren Fall streicht man einfach die Minuszeichen, um den gewünschten Vektor zu erhalten. Der Eintrag Nummer  $i$  dieses Vektors liefert dann den Wert für Team Nummer  $i$ .

Die so errechneten Tabellen für die Spielzeiten 2001/2002 bis 2017/2018 finden sich auf den folgenden Seiten. Die Punktzahlen wurden der besseren Vergleichbarkeit halber so angepasst, dass dieselbe Durchschnittspunktzahl wie in der wahren Tabelle entsteht. Wenn ein Team nach unserer Rechnung mehr Punkte hat als nach herkömmlicher Rechnung, so bedeutet das, dass es gegen starke Gegner relativ viele Punkte sammeln konnte. Umgekehrt, hat ein Team in unserer Tabelle weniger Punkte als in der herkömmlichen, so hat es seine Siege hauptsächlich gegen schwache Gegner eingefahren.

Dieses Prinzip lässt sich natürlich auch auf andere Rankings übertragen: Zur Erstellung von Ranglisten in Sportarten wie Tennis, American Football, Boxen, Schach ("Gut ist, wer starke Gegner schlägt")[3], oder als Maß für den Bekanntheitsgrad prominenter Personen ("Ich bin prominent, wenn viele Prominente mich kennen"), oder für die Relevanz wissenschaftlicher Aufsätze ("Meine Arbeit ist wichtig, wenn sie in wichtigen Arbeiten zitiert wird"). Die bekannteste Anwendung ist aber sicherlich der PageRank-Algorithmus von Google: Eine Seite ist dann wichtig, wenn viele *wichtige* Seiten auf sie zeigen, und nicht einfach nur, wenn viele Seiten auf sie zeigen. Tatsächlich berechnet Google die Wichtigkeit einer Seite ganz wie oben geschildert: Jede berücksichtigte Internetseite (im Moment etwa 8 Milliarden) bekommt eine Nummer. Die Matrix  $P$  hat entsprechend viele Zeilen und Spalten, und an Stelle  $P_{ij}$  steht eine 1, wenn Seite  $i$  auf Seite  $j$  zeigt, sonst eine Null. Von dieser Riesenmatrix (im Moment also etwa 8 Mrd mal 8 Mrd!) wird der größte Eigenwert sowie der zugehörige Eigenvektor ausgerechnet. Dieser liefert — wie oben — die 'Wichtigkeit' einer jeden Seite. Bei einer Suchanfrage listet Google dann alle Seiten auf die den gesuchten Begriff enthalten, und zwar geordnet nach ihrer so ermittelten Wichtigkeit. Die Genauigkeit dieser Bewertung ist sicher einer der Hauptgründe für den Erfolg von Google.

## Literatur

- [1] O. Perron: Zur Theorie der Matrices, *Math. Annalen*, **64** (1907) 248-263
- [2] E. Seneta: *Non-negative matrices*, George Allen & Unwin Ltd., London (1973)
- [3] James P. Keener: The Perron-Frobenius Theorem and the Ranking of Football Teams, *SIAM Review* **35** (1993) 80-93
- [4] H. Wilf: Searching the web with eigenvectors,  
<http://www.math.upenn.edu/~wilf/website/KendallWei.pdf>

## Die Abschlusstabellen / Die Perron-Frobenius-Tabellen

### Bundesligasaison 2001/2002

1	Borussia Dortmund	70	1	Bayern München	70,3
2	Bayer Leverkusen	69	2	Borussia Dortmund	69,0
3	Bayern München	68	3	Bayer Leverkusen	67,8
4	Hertha BSC Berlin	61	4	Hertha BSC Berlin	65,7
5	Schalke 04	61	5	Werder Bremen	62,4
6	Werder Bremen	56	6	Schalke 04	59,4
7	1.FC Kaiserslautern	56	7	1.FC Kaiserslautern	53,3
8	VfB Stuttgart	50	8	VfB Stuttgart	49,6
9	1860 München	50	9	1860 München	46,4
10	VfL Wolfsburg	46	10	VfL Wolfsburg	46,3
11	Hamburger SV	40	11	Hamburger SV	40,0
12	Mönchengladbach	39	12	Mönchengladbach	38,7
13	Energie Cottbus	35	13	Energie Cottbus	33,6
14	Hansa Rostock	34	14	SC Freiburg	33,5
15	1.FC Nürnberg	34	15	1.FC Nürnberg	31,8
16	SC Freiburg	30	16	Hansa Rostock	31,2
17	1.FC Köln	29	17	1.FC Köln	26,1
18	FC St.Pauli	22	18	St.Pauli	24,7

**Kommentar:** Auffällig ist, dass nach unserer Methode nicht der BVB, sondern (wieder mal) der FC Bayern Meister geworden wäre. Das ist plausibel: Bayern hat auch gegen starke Teams viel gepunktet, während Dortmund aus den 6 Spielen gegen Leverkusen, Bayern und Schalke insgesamt nur magere 3 Punkte holen konnte.

Außerdem wäre Rostock statt Freiburg abgestiegen. Beide Teams sahen gegen die Topteams nicht gut aus, aber Rostock holte mehr Punkte gegen die Teams im Tabellenkeller, etwa gegen St. Pauli oder eben Freiburg, und diese Punkte zählen in unserer Wertung wenig.

## Bundesligasaison 2002/2003

1	Bayern München	75		1	Bayern München	73,5
2	VfB Stuttgart	59		2	Werder Bremen	57,7
3	Borussia Dortmund	58		3	Borussia Dortmund	57,4
4	Hamburger SV	56		4	VfB Stuttgart	56,5
5	Hertha BSC Berlin	54		5	Hamburger SV	55,8
6	Werder Bremen	52		6	Hertha BSC Berlin	50,97
7	Schalke 04	49		7	Schalke 04	50,93
8	VfL Wolfsburg	46		8	VfL Wolfsburg	46,6
9	VfL Bochum	45		9	1860 München	43,9
10	1860 München	45		10	VfL Bochum	43,3
11	Hannover 96	43		11	Hannover 96	43,1
12	Mönchengladbach	42		12	Mönchengladbach	42,6
13	Hansa Rostock	41		13	Bayer Leverkusen	41,5
14	1.FC Kaiserslautern	40		14	Hansa Rostock	39,6
15	Bayer Leverkusen	40		15	1.FC Kaiserslautern	39,0
16	Arminia Bielefeld	36		16	Arminia Bielefeld	38,6
17	1.FC Nürnberg	30		17	1.FC Nürnberg	30,6
18	Energie Cottbus	30		18	Energie Cottbus	29,5

**Kommentar:** Meister und Absteiger stimmen bei beiden Tabellen überein. Interessant ist aber, dass Werder nach unserer Rechnung in der Championsleague gespielt hätte statt im UI-Cup. Nicht ganz unverdient: Werder erspielte gegen die fünf bestplatzierten Teams 8 Siege aus 10 Spielen.

Stuttgart dagegen hätte nur im UEFA-Cup gespielt (was ja schade wäre, so wie sie in der Championsleague aufgetreten sind, mit Siegen gegen Manchester United, Glasgow Rangers und Panathinaikos Athen).

Ansonsten sind sich beide Tabellen recht ähnlich. Erwähnenswert ist noch: der Vorsprung von Hertha auf Schalke beträgt gerade einmal 0,04 Punkte.

## Bundesligasaison 2003/2004

1	Werder Bremen	74		1	Werder Bremen	73, 2
2	Bayern München	68		2	Bayern München	68, 3
3	Bayer Leverkusen	65		3	Bayer Leverkusen	67, 7
4	VfB Stuttgart	64		4	VfB Stuttgart	64, 6
5	VfL Bochum	56		5	VfL Bochum	58, 3
6	Borussia Dortmund	55		6	Borussia Dortmund	54, 8
7	Schalke 04	50		7	Schalke 04	50, 1
8	Hamburger SV	49		8	Hamburger SV	47, 2
9	Hansa Rostock	44		9	Hansa Rostock	44, 1
10	VfL Wolfsburg	42		10	Hertha BSC Berlin	39, 6
11	Mönchengladbach	39		11	VfL Wolfsburg	39, 5
12	Hertha BSC Berlin	39		12	Mönchengladbach	38, 9
13	SC Freiburg	38		13	SC Freiburg	37, 6
14	Hannover 96	37		14	Hannover 96	34, 8
15	1.FC Kaiserslautern	36		15	1.FC Kaiserslautern	33, 9
16	Eintracht Frankfurt	32		16	Eintracht Frankfurt	33, 3
17	1860 München	32		17	1860 München	29, 3
18	1.FC Köln	23		18	1.FC Köln	24, 7

**Kommentar:** Kaiserslautern wurden als Strafe wegen Unregelmäßigkeiten in den Lizenzunterlagen 3 Punkte abgezogen. Das ist in beiden Tabellen berücksichtigt. In unserer Tabelle macht sich das stärker bemerkbar, da Kaiserslautern seine Punkte fast nur gegen schwache Teams holte: Diese Punkte zählen weniger, und der Punktabzug wirkt sich stärker aus. Trotzdem wäre Kaiserslautern gerettet. Überhaupt sind die Tabellen diesmal fast gleich. Lediglich Hertha verbessert sich nach unserer Rechnung auf Grund einer guten Bilanz gegen starke Teams (und einer schlechten gegen Schwache) um zwei Plätze.

## Bundesligasaison 2004/2005

1	Bayern München	77		1	Bayern München	75,6
2	Schalke 04	63		2	Schalke 04	65,2
3	Werder Bremen	59		3	VfB Stuttgart	60,6
4	Hertha BSC Berlin	58		4	Hertha BSC Berlin	59,7
5	VfB Stuttgart	58		5	Borussia Dortmund	56,6
6	Bayer Leverkusen	57		6	Werder Bremen	55,5
7	Borussia Dortmund	55		7	Bayer Leverkusen	54,4
8	Hamburger SV	51		8	Hamburger SV	50,0
9	VfL Wolfsburg	48		9	VfL Wolfsburg	49,3
10	Hannover 96	45		10	Hannover 96	43,5
11	FSV Mainz 05	43		11	Arminia Bielefeld	40,9
12	1.FC Kaiserslautern	42		12	FSV Mainz 05	40,6
13	Arminia Bielefeld	40		13	1.FC Kaiserslautern	39,4
14	1.FC Nürnberg	38		14	Mönchengladbach	37,1
15	Mönchengladbach	36		15	1.FC Nürnberg	35,9
16	VfL Bochum	35		16	VfL Bochum	34,1
17	Hansa Rostock	30		17	Hansa Rostock	31,7
18	SC Freiburg	18		18	SC Freiburg	19,9

**Kommentar:** Meister und Absteiger sind nach unserer Tabelle die gleichen wie nach der herkömmlichen Tabelle. Der VfB Stuttgart macht nach unserer Rechnung einen Sprung nach oben und wäre in die Qualifikation zur Champions League gekommen. Das erklärt sich mit der guten Bilanz gegen die fünf anderen oben platzierten Teams: 5 Siege, 2 Unentschieden (eines in München) und nur 3 Niederlagen. Bremen hat in dieser Hinsicht eine sehr schlechte Bilanz aufzuweisen: 7 Niederlagen gegen die Top 5 drücken Werder nach unten. Arminia Bielefeld verbessert sich nach unserer Rechnung durch Siege gegen Bayern, Werder, Hertha BSC und Dortmund um zwei Plätze nach oben.

## Bundesligasaison 2005/2006

1	Bayern München	75		1	Bayern München	76,6
2	Werder Bremen	70		2	Hamburger SV	70,2
3	Hamburger SV	68		3	Werder Bremen	68,6
4	Schalke 04	61		4	Schalke 04	61,6
5	Bayer Leverkusen	52		5	Bayer Leverkusen	51,1
6	Hertha BSC Berlin	48		6	Hertha BSC Berlin	50,9
7	Borussia Dortmund	46		7	1.FC Nürnberg	47,5
8	1.FC Nürnberg	44		8	VfB Stuttgart	45,6
9	VfB Stuttgart	43		9	Borussia Dortmund	45,4
10	Mönchengladbach	42		10	FSV Mainz 05	41,5
11	FSV Mainz 05	38		11	Mönchengladbach	39,5
12	Hannover 96	38		12	Hannover 96	38,4
13	Arminia Bielefeld	37		13	Arminia Bielefeld	36,7
14	Eintracht Frankfurt	36		14	VfL Wolfsburg	36,4
15	VfL Wolfsburg	34		15	1.FC Kaiserslautern	31,5
16	1.FC Kaiserslautern	33		16	Eintracht Frankfurt	29,8
17	1.FC Köln	30		17	1.FC Köln	26,5
18	MSV Duisburg	27		18	MSV Duisburg	24,0

**Kommentar:** Erneut ähneln sich beide Tabellen stark. Bremen und Dortmund rutschen etwas nach unten. Der auffälligste Unterschied ist, dass nach der Perron-Frobenius-Tabelle Eintracht Frankfurt abgestiegen wäre. Tatsächlich hat die Eintracht (bis auf ein Remis beim HSV) gegen keine Mannschaft der Top Five auch nur punkten können, was dann zu weniger Punkten in unserer Tabelle führt. Dagegen hat etwa Wolfsburg zu Hause sechs Punkte gegen die Top Five einfahren können und überdies beim HSV gewonnen. Kaiserslautern hat zumindest zwei Remis gegen München und Leverkusen erkämpft sowie einen Auswärtssieg gegen Bremen auf dem Konto.

## Bundesligasaison 2006/2007

1	VfB Stuttgart	70		1	VfB Stuttgart	69,8
2	FC Schalke 04	68		2	FC Schalke 04	66,7
3	Werder Bremen	66		3	Werder Bremen	63,9
4	Bayern München	60		4	Bayern München	58,6
5	Bayer Leverkusen	51		5	Bayer Leverkusen	51,9
6	1. FC Nürnberg	48		6	1. FC Nürnberg	49,9
7	Hamburger SV	45		7	Borussia Dortmund	48,8
8	VfL Bochum	45		8	Hertha BSC	47,1
9	Borussia Dortmund	44		9	Hamburger SV	46,6
10	Hertha BSC	44		10	VfL Bochum	44,2
11	Hannover 96	44		11	Arminia Bielefeld	43,2
12	Arminia Bielefeld	42		12	Energie Cottbus	40,5
13	Energie Cottbus	41		13	Eintracht Frankfurt	39,8
14	Eintracht Frankfurt	40		14	Hannover 96	38,0
15	VfL Wolfsburg	37		15	VfL Wolfsburg	37,8
16	1. FSV Mainz 05	34		16	1. FSV Mainz 05	34,1
17	Alemannia Aachen	34		17	Alemannia Aachen	31,6
18	Borussia M'gladbach	26		18	Borussia M'gladbach	26,5

**Kommentar:** Wieder sind wenige Unterschiede zwischen beiden Tabellen sichtbar. Unterschiede in den Platzierungen gibt es nur auf den Tabellenplätzen 7 bis 14. Dort liegen die Mannschaften auch sehr dicht beieinander. Wir erinnern uns: am drittletzten Spieltag waren noch 12 Mannschaften theoretisch vom Abstieg bedroht. In unserer Tabelle schiebt sich Dortmund, durch Auswärtssiege in Stuttgart und Bremen sowie Heimsiege gegen Schalke und München, um zwei Positionen nach oben. Hannover dagegen hat seine 13 Siege fast ausschließlich gegen Gegner geholt, die in der Tabelle dahinter rangieren (mit einer augenfälligen Ausnahme: Der Auswärtssieg in München.) Dadurch schneidet Hannover bei uns schlechter ab.



## Bundesligasaison 2007/2008

1	Bayern München	76		1	Bayern München	77,4
2	Werder Bremen	66		2	Werder Bremen	65,8
3	Schalke 04	64		3	Schalke 04	61,3
4	Hamburger SV	54		4	VfL Wolfsburg	54,0
5	VfL Wolfsburg	54		5	VfB Stuttgart	53,2
6	VfB Stuttgart	52		6	Hamburger SV	53,0
7	Bayer Leverkusen	51		7	Bayer Leverkusen	49,3
8	Hannover 96	49		8	Hannover 96	46,8
9	Eintracht Frankfurt	46		9	Eintracht Frankfurt	46,5
10	Hertha BSC	44		10	Hertha BSC	44,1
11	Karlsruher SC	43		11	Karlsruher SC	43,5
12	VfL Bochum	41		12	VfL Bochum	43,3
13	Borussia Dortmund	40		13	Borussia Dortmund	40,4
14	Energie Cottbus	36		14	Energie Cottbus	37,8
15	Arminia Bielefeld	34		15	Arminia Bielefeld	34,4
16	1.FC Nürnberg	31		16	1.FC Nürnberg	30,4
17	Hansa Rostock	30		17	MSV Duisburg	29,5
18	MSV Duisburg	29		18	Hansa Rostock	29,3

**Kommentar:** Wenig spannende Saison, wenig Unterschiede in den Tabellen. Der Hamburger SV fällt zwei Plätze zurück und verpasst nach unserer Rechnung den UEFA-Cup. Plausibel, denn der HSV hat nur einmal — zu Hause gegen Stuttgart — gegen eine der Top-6-Mannschaften gesiegt, während Wolfsburg drei Siege gegen Top-6-Mannschaften verbuchen kann und Stuttgart gar vier.

Rostock und Duisburg tauschen die Plätze, da Rostock brav gegen alle guten Mannschaften verlor, bis auf den Heimsieg gegen die Stuttgarter, während Duisburg immerhin Auswärtssiege gegen Bremen und Hamburg verbuchen kann. Dieses Quäntchen bringt Duisburg etwas nach vorn. Dennoch steigen beide Mannschaften auch nach unserer Tabelle ab.

## Bundesligasaison 2008/2009

1	VfL Wolfsburg	69		1	VfL Wolfsburg	71, 5
2	FC Bayern München	67		2	FC Bayern München	66, 6
3	VfB Stuttgart	64		3	VfB Stuttgart	63, 24
4	Hertha BSC Berlin	63		4	Hertha BSC Berlin	63, 17
5	Hamburger SV	61		5	Hamburger SV	59, 9
6	Borussia Dortmund	59		6	Borussia Dortmund	57, 6
7	1899 Hoffenheim	55		7	1899 Hoffenheim	53, 0
8	FC Schalke 04	50		8	SV Werder Bremen	49, 66
9	Bayer Leverkusen	49		9	Bayer Leverkusen	49, 65
10	SV Werder Bremen	45		10	FC Schalke 04	47, 6
11	Hannover 96	40		11	Hannover 96	41, 6
12	1. FC Köln	39		12	1. FC Köln	39, 0
13	Eintracht Frankfurt	33		13	Karlsruher SC	32, 9
14	VfL Bochum	32		14	FC Energie Cottbus	31, 3
15	Borussia M'gladbach	31		15	Borussia M'gladbach	30, 6
16	FC Energie Cottbus	30		16	VfL Bochum	29, 9
17	Karlsruher SC	29		17	Arminia Bielefeld	28, 9
18	Arminia Bielefeld	28		18	Eintracht Frankfurt	27, 9

**Kommentar:** Spannende Saison, aber wieder wenige Unterschiede an der Tabellenspitze. Diesmal sind das erste Drittel der Tabellen, das zweite Drittel und das dritte Drittel punktemäßig klar voneinander abgesetzt. Nach unserer Rechnung hätte Wolfsburg noch klarer die Meisterschaft gewonnen. Plausibel, denn Bayern hat gegen die Mannschaften im Tabellenkeller fast alle Spiele gewonnen (die so erlangten Punkte zählen nach unserer Rechnung weniger), während Wolfsburg auswärts gegen diese Mannschaften ein paar Mal patzte.

Der größte Unterschied zeigt sich bei den Absteigern: Nach unsere Rechnung wären weder Cottbus noch Karlsruhe abgestiegen, statt dessen hätte Bochum in die Relegationsspiele müssen und Frankfurt wäre als Letzter direkt abgestiegen. Das ist schlüssig, denn Frankfurt hat nur 4 seiner 33 Punkte gegen Mannschaften auf den ersten 10 Plätzen geholt. Bei anderen ist die Bilanz ausgeglichener. Und Cottbus und Karlsruhe haben sogar jeweils zu Hause gegen Wolfsburg gewinnen können, Karlsruhe zu Hause überdies gegen Hertha und den HSV, Cottbus auswärts gegen Hertha.

## Bundesligasaison 2009/2010

1	FC Bayern München	70		1	70, 5
2	FC Schalke 04	65		2	66, 1
3	Werder Bremen	61		3	Bayer 04 Leverkusen 59, 9
4	Bayer 04 Leverkusen	59		4	Werder Bremen 58, 6
5	Borussia Dortmund	57		5	VfB Stuttgart 55, 2
6	VfB Stuttgart	55		6	Borussia Dortmund 54, 3
7	Hamburger SV	52		7	Hamburger SV 53, 9
8	VfL Wolfsburg	50		8	VfL Wolfsburg 51, 1
9	FSV Mainz 05	47		9	Eintracht Frankfurt 47, 4
10	Eintracht Frankfurt	46		10	FSV Mainz 05 46, 8
11	TSG Hoffenheim	42		11	Borussia Mönchengladbach 41, 9
12	Borussia Mönchengladbach	39		12	TSG Hoffenheim 38, 3
13	1. FC Köln	38		13	1. FC Köln 37, 8
14	SC Freiburg	35		14	SC Freiburg 34, 7
15	Hannover 96	33		15	Hannover 96 34, 3
16	1. FC Nürnberg	31		16	1. FC Nürnberg 30, 8
17	VfL Bochum	28		17	VfL Bochum 26, 4
18	Hertha BSC Berlin	24		18	Hertha BSC Berlin 24, 1

**Kommentar:** Keine Mannschaft wäre nach unserer Rechnung um mehr als einen Tabellenplatz höher oder niedriger gerutscht. Bayer Leverkusen hätte statt Werder Bremen in der Champions League gespielt (falls es sich, wie Bremen, im Qualifikationsspiel gegen Sampdoria Genua durchgesetzt hätte). Das passt: Bayer hat gegen schwache Teams öfter mal unentschieden gespielt, während Bremen gegen schwache Gegner ziemlich konsequent gewonnen hat. Das bringt nach unserer Rechnung Bremen weniger Punkte.

Stuttgart hätte statt Dortmund in der Euroleague gespielt. Knapp, aber plausibel, denn Stuttgart hat zu Hause gegen München unentschieden gespielt und in München sogar gewonnen. Dortmund hat (diesmal noch!) brav zweimal gegen München verloren.

Die größte Veränderung nach Punkten zeigt sich bei Hoffenheim: Statt 42 Punkten hätte Hoffenheim von uns nur 38,3 Punkte bekommen. Wieder ist die Erklärung, dass Hoffenheim gegen schwache Gegner viel Siege einfahren konnte. Diese Punkte zählen nach unserer Rechnung weniger.

## Bundesligasaison 2010/2011

1	Borussia Dortmund	75		1 Borussia Dortmund	77,4
2	Bayer 04 Leverkusen	68		2 Bayer 04 Leverkusen	66,7
3	FC Bayern München	65		3 FC Bayern München	63,6
4	Hannover 96	60		4 Hannover 96	59,6
5	1.FSV Mainz 05	58		5 1.FSV Mainz 05	56,9
6	1.FC Nürnberg	47		6 1.FC Nürnberg	46,8
7	1.FC Kaiserslautern	46		7 1.FC Köln	45,7
8	Hamburger SV	45		8 1.FC Kaiserslautern	44,3
9	SC Freiburg	44		9 Hamburger SV	44,2
10	1.FC Köln	44		10 TSG 1899 Hoffenheim	43,5
11	TSG 1899 Hoffenheim	43		11 SC Freiburg	43,1
12	VfB Stuttgart	42		12 SV Werder Bremen	41,9
13	SV Werder Bremen	41		13 VfB Stuttgart	40,3
14	FC Schalke 04	40		14 Borussia Mönchengladbach	40,0
15	VfL Wolfsburg	38		15 FC Schalke 04	39,8
16	Borussia Mönchengladbach	36		16 VfL Wolfsburg	38,1
17	Eintracht Frankfurt	34		17 Eintracht Frankfurt	34,1
18	FC St.Pauli	29		18 FC St.Pauli	29,1

**Kommentar:** Die ersten sechs Platzierungen stimmen in beiden Tabellen genau überein. Die größten Sprünge nach vorn machen die Lokalrivalen Köln (drei Plätze) und Gladbach (zwei Plätze). Wolfsburg hätte statt Gladbach in die Relegation gemusst. Gladbach kann einen Heimsieg gegen den Meister Dortmund vorweisen (eine der nur vier Auswärtsniederlagen Dortmunds in dieser Saison) sowie Auswärtssiege in Leverkusen und in Hannover. Dagegen konnte Wolfsburg aus den Spielen gegen die vier bestplatzierten Mannschaften nur magere vier Punkte holen.

Auch Köln hat mit Heimsiegen gegen Hannover, Bayern und den Erzrivalen Leverkusen sowie einem Auswärtssieg in Hannover viele Punkte gegen Spitzenteams holen können, die nach unserer Rechnung mehr zählen als Punkte gegen schwache Gegner.

## Bundesligasaison 2011/2012

1	Borussia Dortmund	81		1	84,3
2	FC Bayern München	73		2	70,1
3	FC Schalke 04	64		3	Borussia Mönchengladbach 61,8
4	Borussia Mönchengladbach	60		4	FC Schalke 04 59,8
5	Bayer 04 Leverkusen	54		5	Bayer 04 Leverkusen 53,7
6	VfB Stuttgart	53		6	VfB Stuttgart 52,7
7	Hannover 96	48		7	Hannover 96 51,1
8	VfL Wolfsburg	44		8	TSG 1899 Hoffenheim 44,2
9	SV Werder Bremen	42		9	VfL Wolfsburg 41,9
10	1.FC Nürnberg	42		10	FSV Mainz 05 41,4
11	TSG 1899 Hoffenheim	41		11	SC Freiburg 40,5
12	SC Freiburg	40		12	SV Werder Bremen 40,0
13	FSV Mainz 05	39		13	1.FC Nürnberg 39,0
14	FC Augsburg	38		14	FC Augsburg 37,8
15	Hamburger SV	36		15	Hamburger SV 35,2
16	Hertha BSC	31		16	Hertha BSC 33,9
17	1.FC Köln	30		17	1.FC Köln 28,6
18	1.FC Kaiserslautern	23		18	1.FC Kaiserslautern 23,9

**Kommentar:** Meister und Absteiger stimmen in beiden Tabellen überein. Die größte Veränderung nach Punkten zeigt sich bei Schalke, das nach unserer Rechnung 4,2 Punkte weniger hat als in der realen Tabelle. Klar, denn Schalke hat gegen Dortmund und Bayern keinen einzigen Punkt erzielt und dafür konsequenter gegen die Mannschaften im Tabellenkeller gewonnen. Gladbach hat gegen letztere bisweilen gepatzt, aber gegen Bayern alle sechs Punkte mitgenommen, sowie einen von Dortmund. Diese Punkte zählen nach unsere Rechnung mehr. Daher wäre Gladbach statt Schalke in die Qualifikation zur Champions League gekommen — was ja nach aktuellem Stand (14.11.2012) schade wäre: Schalke ist in der Gruppe B der Champions League 2012/2013 nach vier Spielen auf dem ersten Platz, vor Arsenal London.

Die größte Veränderung nach Plätzen zeigt sich bei Mainz, Hoffenheim (jeweils drei Plätze besser in unserer Tabelle als in der realen), Bremen und Nürnberg (jeweils drei Plätze schlechter).

## Bundesligasaison 2012/2013

1	FC Bayern München	91		1	92,4
2	Borussia Dortmund	66		2	67,2
3	Bayer 04 Leverkusen	65		3	65,7
4	FC Schalke 04	55		4	57,1
5	SC Freiburg	51		5	49,7
6	Eintracht Frankfurt	51		6	49,0
7	Hamburger SV	48		7	46,09
8	Borussia Mönchengladbach	47		8	46,07
9	Hannover 96	45		9	46,0
10	1.FC Nürnberg	44		10	44,4
11	VfL Wolfsburg	43		11	44,3
12	VfB Stuttgart	43		12	43,1
13	FSV Mainz 05	42		13	41,9
14	SV Werder Bremen	34		14	33,2
15	FC Augsburg	33		16	31,6
16	TSG 1899 Hoffenheim	31		15	30,4
17	Fortuna Düsseldorf	30		17	29,0
18	SpVgg. Greuther Fürth	21		18	22,8

**Kommentar:** Wie so häufig unterscheiden sich die Tabellen oben und unten kaum. Gut, in dieser Saison war das Rennen an der Spitze ziemlich früh klar. Die ersten drei Mannschaften haben sich deutlich vom Rest abgesetzt (und die erste Mannschaft noch deutlicher von den beiden dahinter). Unsere Berechnung scheint solche Unterschiede eher zu verstärken.

Auf dem Relegationsplatz stände nach unserer Rechnung Augsburg statt Hoffenheim: Augsburg hat gegen Mannschaften aus dem Tabellenkeller konsequenter gepunktet (diese Punkte zählen hier weniger), Hoffenheim hat gegen Dortmund und Schalke je einmal gewonnen (diese Punkte zählen hier mehr).

Die größten Unterschiede in den Platzierungen zeigen sich bei Freiburg und Hannover (nach unserer Rechnung je drei Plätze weiter unten) und bei Stuttgart (drei Plätze weiter oben) und dem HSV (zwei Plätze weiter oben). Bei den beiden letzteren erklärt sich das durch gute Ergebnisse gegen die Top-Vier (HSV: drei Siege; Stuttgart: zwei Siege, zwei Unentschieden). Hannover hat dagegen bei den Mannschaften, die in der Tabelle weiter oben stehen, insgesamt nur zwei Siege eingefahren, und Freiburg hat bei den Top-Vier brav alle Punkte bis auf einen abgegeben. Daher sind die von diesen beiden Mannschaften gewonnenen Punkte bei uns weniger wert, und die beiden rutschen nach unten.

## Bundesligasaison 2013/2014

1	FC Bayern München	90		1	FC Bayern München	93,7
2	Borussia Dortmund	71		2	Borussia Dortmund	69,8
3	FC Schalke 04	64		3	Bayer 04 Leverkusen	64,9
4	Bayer 04 Leverkusen	61		4	FC Schalke 04	62,3
5	VfL Wolfsburg	60		5	VfL Wolfsburg	60,0
6	Borussia Mönchengladbach	55		6	Borussia Mönchengladbach	59,1
7	FSV Mainz 05	53		7	FC Augsburg	50,9
8	FC Augsburg	52		8	FSV Mainz 05	46,7
9	TSG 1899 Hoffenheim	44		9	Hannover 96	46,2
10	Hannover 96	42		10	TSG 1899 Hoffenheim	45,6
11	Hertha BSC	41		11	Hertha BSC	40,5
12	SV Werder Bremen	39		12	SV Werder Bremen	39,5
13	Eintracht Frankfurt	36		13	SC Freiburg	34,7
14	SC Freiburg	36		14	Eintracht Frankfurt	31,9
15	VfB Stuttgart	32		15	VfB Stuttgart	30,0
16	Hamburger SV	27		16	Hamburger SV	27,9
17	1.FC Nürnberg	26		17	1.FC Nürnberg	25,7
18	Eintracht Braunschweig	25		18	Eintracht Braunschweig	24,4

**Kommentar:** Wieder mal unterscheiden sich die beiden Tabellen an der Spitze und am Ende kaum. Klar bei der Dominanz von Bayern München (erster Märzmeister der Bundesligageschichte). Bei uns liegt Leverkusen vor Schalke. Das erklärt sich wohl dadurch, dass Leverkusen zu Hause gegen Dortmund und München punkten konnte und in Dortmund sogar gewann — diese Punkte zählen bei uns viel — während Schalke nur insgesamt einen Punkt aus den vier Spielen gegen die beiden Topteams holen konnte.

Ganz ähnlich erklärt sich vermutlich auch, dass Mainz und Augsburg die Plätze tauschen: Augsburg konnte zu Hause gegen die Münchner Bayern gewinnen und in Dortmund ein Remis erzielen, während Mainz aus den vier Partien gegen Dortmund und Bayern keinen einzigen Punkt holte. Punktemäßig zeigt sich bei Mainz der größte Unterschied zwischen den beiden Tabellen; Mainz verliert nach unserer Berechnung mehr als 6 Punkte. Und hat auch in der Tat fast alle Spiele gegen Mannschaften, die in der Tabelle weiter vorn stehen, verloren (!). Hannover dagegen hat fünf Siege gegen weiter vorn platzierte Mannschaften geholt und erzielt dadurch nach unserer Berechnung gut 4 Punkte mehr als nach der herkömmlichen.

## Bundesligasaison 2014/2015

1	FC Bayern München	79		1	FC Bayern München	75, 4
2	VfL Wolfsburg	69		2	Borussia Mönchengladbach	66, 3
3	Borussia Mönchengladbach	66		3	VfL Wolfsburg	65, 5
4	Bayer 04 Leverkusen	61		4	Bayer 04 Leverkusen	61, 4
5	FC Augsburg	49		5	FC Augsburg	52, 8
6	FC Schalke 04	48		6	FC Schalke 04	49, 3
7	Borussia Dortmund	46		7	Eintracht Frankfurt	46, 4
8	TSG 1899 Hoffenheim	44		8	Borussia Dortmund	45, 2
9	Eintracht Frankfurt	43		9	Werder Bremen	42, 9
10	Werder Bremen	43		10	TSG 1899 Hoffenheim	41, 8
11	1. FSV Mainz 05	40		11	1. FSV Mainz 05	40, 9
12	1. FC Köln	40		12	1. FC Köln	40, 3
13	Hannover 96	37		13	Hannover 96	37, 2
14	VfB Stuttgart	36		14	Hamburger SV	36, 9
15	Hertha BSC	35		15	SC Freiburg	35, 4
16	Hamburger SV	35		16	Hertha BSC	34, 3
17	SC Freiburg	34		17	VfB Stuttgart	33, 0
18	SC Paderborn 07	31		18	SC Paderborn 07	30, 8

**Kommentar:** Im Gegensatz zum typischen Bild in den letzten Jahren zeigen sich in dieser Saison in unserer Tabelle Unterschiede nicht nur im Mittelfeld, sondern auch an der Spitze und im Tabellenkeller. Meister ist nach beiden Berechnungen natürlich Bayern München, aber in unserer Tabelle steht Mönchengladbach an zweiter Stelle, Wolfsburg nur an dritter. Das macht keinen wirklichen Unterschied, beide Mannschaften sind direkt für die Champions League qualifiziert. Es ist etwas unklar, wieso Gladbach sich vor Wolfsburg schiebt: zwar hat Gladbach in München siegen können (als einzige Mannschaft neben Augsburg), aber ansonsten haben Wolfsburg und Gladbach gegen die hochplatzierten Teams sehr ähnlich gespielt (zu Hause gewonnen, auswärts verloren). Ebenso übrigens gegen die unten platzierten Teams.

Am Tabellenende zeigt sich eine dramatischere Änderung: abgestiegen wäre Stuttgart statt Freiburg, in der Relegation spielte Hertha statt dem HSV. Das ist plausibel: Stuttgart hat zu Hause gegen die acht Bestplatzierten fast immer verloren (nur ein Remis), während Freiburg und der HSV in solchen Spielen (auch gegen die Bayern) ordentlich punkteten.

Frankfurt verdrängt nach unserer Tabelle Dortmund vom siebten Platz und hätte somit die Qualifikationsrunde für die Euroleague erreicht. Ein Grund könnte sein, dass Frankfurt auswärts gegen die Spitzenteams viele Punkte holte (viele Remis und ein Sieg in Gladbach), was dem BVB nicht gelang. Zu Hause waren beide Teams ähnlich erfolglos gegen die Höherplatzierten.



## Bundesligasaison 2015/2016

1	FC Bayern München	88		1	FC Bayern München	89, 0
2	Borussia Dortmund	78		2	Borussia Dortmund	78, 95
3	Bayer 04 Leverkusen	60		3	Bayer 04 Leverkusen	57, 8
4	Borussia Mönchengladbach	55		4	Borussia Mönchengladbach	54, 95
5	FC Schalke 04	52		5	1. FSV Mainz 05	51, 7
6	1. FSV Mainz 05	50		6	FC Schalke 04	50, 0
7	Hertha BSC	50		7	Hertha BSC	49, 3
8	VfL Wolfsburg	45		8	1. FC Köln	46, 5
9	1. FC Köln	43		9	VfL Wolfsburg	44, 4
10	Hamburger SV	41		10	Hamburger SV	42, 6
11	FC Ingolstadt 04	40		11	FC Ingolstadt 04	40, 5
12	FC Augsburg	38		12	Eintracht Frankfurt	38, 6
13	Werder Bremen	38		13	Werder Bremen	38, 3
14	SV Darmstadt 98	38		14	SV Darmstadt 98	37, 2
15	TSG 1899 Hoffenheim	37		15	TSG 1899 Hoffenheim	36, 9
16	Eintracht Frankfurt	36		16	FC Augsburg	35, 9
17	VfB Stuttgart	33		17	VfB Stuttgart	29, 8
18	Hannover 96	25		18	Hannover 96	24, 6

**Kommentar:** Insgesamt nur wenige Unterschiede zwischen den Tabellenplatzierungen in den zwei verschiedenen Tabellen. Die Tabellennachbarn Köln und Wolfsburg und die Nachbarn Scahlke und Mainz tauschen jeweils im Mittelfeld die Plätze. Der größte Unterscheid ist, dass auch Frankfurt und Augsburg die Plätze tauschen: Frankfurt steigt in unserer Tabelle um vier Plätze nach oben (und vermeidet die Relegation), Augsburg sackt um ebendiese vier Plätze ab. Das erklärt sich wohl damit, dass Frankfurt einen Punkt gegen die Bayern holte und sogar drei Punkte gegen den BVB. Gerade in dieser Saison zählen diese Punkte viel: Bayern erzielte die dritthöchste Punktzahl, die je ein Team in der Geschichte der Bundesliga errang. Dortmund erzielte die höchste Punktzahl, die je ein Vizemeister in der Bundesliga aufwies. (2011 wurde Dortmund mit nur 75 Punkten Meister.) Ein Punkt gegen Bayern oder Dortmund zählt damit in dieser Saison etwa doppelt soviel wie ein Punkt gegen ein durchschnittliches Team. Warum Augsburg dagegen so absackt, ist etwas unklar: es ist nicht so, dass Augsburg auffällig oft gegen schwache Teams gewonnen hätte. Und die Tabellennachbarn von Augsburg erzielten nicht auffällig viele Punkte gegen Bayern oder Dortmund (jeweils nur null oder einen).

## Bundesligasaison 2016/2017

1	FC Bayern München	82		1	82,7
2	RB Leipzig	67		2	67,5
3	Borussia Dortmund	64		3	67,2
4	TSG 1899 Hoffenheim	62		4	63,7
5	1. FC Köln	49		5	47,9
6	Hertha BSC	49		6	47,1
7	SC Freiburg	48		7	45,6
8	Werder Bremen	45		8	43,5
9	Borussia Mönchengladbach	45		9	43,2
10	FC Schalke 04	43		10	43,0
11	Eintracht Frankfurt	42		11	42,3
12	Bayer 04 Leverkusen	41		12	40,5
13	FC Augsburg	38		13	40,1
14	Hamburger SV	38		14	38,0
15	1. FSV Mainz 05	37		15	37,4
16	VfL Wolfsburg	37		16	36,4
17	FC Ingolstadt 04	32		17	31,5
18	SV Darmstadt 98	25		18	26,5

**Kommentar:** Diesmal sehen sich beide Tabellen besonders ähnlich. Bei den punktgleichen Mannschaften Köln und Hertha liegt nach unserer Rechnung Köln um 0,8 Punkte vor Hertha, während in der richtigen Tabelle Hertha durch die bessere Tordifferenz vor Köln steht.

Die Tabellennachbarn Schalke und Frankfurt tauschen die Plätze. Fast am Ende der Tabelle permutieren sich die Plätze von Augsburg, HSV, Mainz und Wolfsburg nach dem Schema FCA → HSV → Mainz → Wolfsburg → FCA. Die Punktzahlen ändern sich dabei aber wenig, in beiden Tabellen haben die vier Mannschaften jeweils fast die gleich Punktzahl. Allerdings muss nach unserer Rechnung Mainz in die Relegation statt Augsburg.

Dagegen holt Dortmund nach unserer Rechnung mehr als drei Punkte mehr als in der realen Tabelle. Das erklärt sich zum Teil durch den Heimsieg des BVB gegen die Bayern; Leipzig verlor dagegen auswärts und zu Hause (nur 4:5!) gegen Bayern München. Allein das bedeutet zwei Punkte mehr für den BVB als nach herkömmlicher Rechnung. Allerdings bleibt der BVB auch in unserer Tabelle auf dem dritten Platz hinter Leipzig.

## Bundesligasaison 2017/2018

1	FC Bayern München	84		1	FC Bayern München	85,0
2	FC Schalke 04	63		2	FC Schalke 04	63,5
3	TSG 1899 Hoffenheim	55		3	RB Leipzig	56,7
4	Borussia Dortmund (P)	55		4	TSG 1899 Hoffenheim	54,42
5	Bayer 04 Leverkusen	55		5	Bayer 04 Leverkusen	54,39
6	RB Leipzig	53		6	Borussia Dortmund (P)	52,9
7	VfB Stuttgart	51		7	VfB Stuttgart	51,4
8	Eintracht Frankfurt	49		8	Borussia Mönchengladbach	48,5
9	Borussia Mönchengladbach	47		9	Eintracht Frankfurt	46,2
10	Hertha BSC	43		10	Hertha BSC	43,6
11	Werder Bremen	42		11	Werder Bremen	41,2
12	FC Augsburg	41		12	Hannover 96	39,1
13	Hannover 96	39		13	FC Augsburg	38,9
14	1. FSV Mainz 05	36		14	1. FSV Mainz 05	36,1
15	SC Freiburg	36		15	SC Freiburg	35,4
16	VfL Wolfsburg	33		16	VfL Wolfsburg	33,1
17	Hamburger SV	31		17	Hamburger SV	31,4
18	1. FC Köln	22		18	1. FC Köln	23,3

**Kommentar:** Diesmal sehen wir wieder zwei Paare von Tabellennachbarn, die jeweils die Plätze tauschen (Mönchengladbach und Frankfurt sowie Augsburg und Hannover). Die deutlichste Änderung ist aber, dass sich Leipzig um drei Plätze nach oben schiebt, während Dortmund um zwei Plätze zurückfällt. Dadurch würde Leipzig im Herbst 2018 in der Gruppenphase der Champions League spielen, während der BVB nur in die Qualifikation der Europa League gekommen wäre.

Leipzig hat allein durch seinen Heimsieg gegen München nach unserer Rechnung schon einen Vorteil von fast zwei Punkten gegenüber der herkömmlichen Tabelle (der BVB verlor beide Spiele gegen die Bayern). Außerdem gewann Leipzig gegen Schalke, während der BVB nur einen Punkt gegen die Schalker holte. Überdies gewann Leipzig in Dortmund, während der BVB in Leipzig nur ein Remis erzielte. Auch diese Punkte zählen noch etwas mehr als Punkte gegen ein durchschnittliches Team.

Dagegen bleiben die drei Plätze am Tabellenende unverändert gegenüber der herkömmlichen Tabelle; anders als in den letzten drei Spielzeiten, wo nach unserer Rechnung jeweils andere Teams in die Relegation gemusst hätten als in der wirklichen Bundesliga.