

**Aufgaben zur Vorlesung**  
**Vertiefung Mathematik I für NWI**  
**Sommersemester 2007**

**D. Frettlöh**  
**S. Selle**

**Abgabe: Mittwoch, 13.06.2007, 8:30 Uhr**

Übungsgruppen: Di. 12-14, Di. 14-16, Postfach: UV5-1829 (Thomas Regier)  
Di. 10-12, Postfach: UV5-1822 (Sabrina Selle)

**Aufgabe 28:**

Geben Sie die Lösungen  $(u_1, u_2)$  des Differentialgleichungssystems

$$\begin{aligned}u_1'' &= 1 - u_1 + u_2' \\u_2' &= u_1' + u_1''\end{aligned}$$

an.

(6 Punkte)

**Aufgabe 29:**

Sei  $f \in C^2([a, b] \times \mathbb{R}, \mathbb{R})$ ,  $f$  Lipschitz-stetig. Zeigen Sie, dass das folgende modifizierte Eulerverfahren

$$u_{n+1} = u_n + hf\left(t_n + \frac{h}{2}, u_n + \frac{h}{2}f(t_n, u_n)\right), \quad n = 1, 2, \dots$$

die Konvergenzordnung 2 hat.

(6 Punkte)

**Aufgabe 30:**

Gegeben seien die Funktionen  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ , definiert für alle  $x \neq 1$ , und  $g(x) = e^{2x}$ , definiert für alle  $x \in \mathbb{R}$ .

- (a) Berechnen Sie die Taylorreihen von  $f$ , Entwicklungspunkt 0, und von  $g$ , Entwicklungspunkt  $a \in \mathbb{R}$ , der Länge 5 (d.h. die ersten 5 Summanden).
- (b) Berechnen Sie die unendlichen Taylorreihen von  $f$  und  $g$  (mit den gleichen Entwicklungspunkten wie in a)) und bestimmen sie die dazugehörigen Konvergenzradien.

(6 Punkte)