

Aufgaben zur Vorlesung
Vertiefung Mathematik I für NWI
Sommersemester 2007

D. Frettlöh
S. Selle

Abgabe: Mittwoch, 4.07.2007, 8:30 Uhr

Übungsgruppen: Di. 12-14, Di. 14-16, Postfach: UV5–1829 (Thomas Regier)
Di. 10-12, Postfach: UV5–1822 (Sabrina Selle)

Aufgabe 37:

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme zweiter Ordnung:

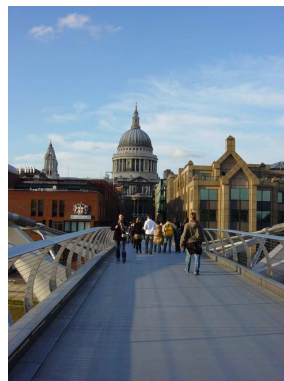
(a) $3u'' + 3u' - 18u = 15e^{-3t}$, $u(0) = 1, u'(0) = 7$,

(b) $u'' + u' - 12u = 1 + t^2$, $u(0) = 0, u'(0) = 7$.

(6 Punkte)

Aufgabe 38:

Bei der Eröffnung der Millenniumbrücke in London traten starke Seitwärtsschwingungen auf, die die Ingenieure nicht erwartet hatten.



Modelliert wird die Auslenkung u dieser Brücke mit Hilfe der Differentialgleichung zweiter Ordnung

$$Mu'' + ku' + \delta u = 0$$

wobei

$$M = 4 \cdot 10^5 \text{ kg}, \quad k = 5 \cdot 10^4 \text{ kg/s}, \quad \delta = 10^7 \text{ kg/s}^2.$$

— Bitte wenden —

Zeigen Sie, dass die Brücke sehr schwach gedämpft ist, d. h. die Dämpfung beträgt nur ca. 1% der kritischen Dämpfung.

Nachdem die Brücke am Eröffnungstag starke Schwingungen zeigte, stellte sich experimentell heraus, dass die Brücke mit n Fußgängern wie folgt modelliert werden muss:

$$Mu'' + ku' + \delta u = 300nu'.$$

Wie viele Fußgänger müssen die Brücke betreten, damit die Dämpfung vollständig aufgehoben wird ?

Zur Lösung dieses Schwingungsproblems wurden zusätzliche Dämpfungslager eingebaut, die die Dämpfung auf 20% des kritischen Dämpfungswertes heraufsetzen. Welchen Wert für k entspricht diese neue Dämpfung und wie viele Fußgänger müssen jetzt auf der Brücke laufen, um die Dämpfung zu neutralisieren?

(6 Punkte)

Aufgabe 39:

Geben Sie die Lösungen der folgenden Differentialgleichungen an bzw. lösen Sie das Anfangswertproblem

(a) $3u''' + 12u' = 0,$

(b) $u^{(5)} + 2u''' + u' = 0,$

(c) $u''' + 3u'' + \frac{9}{4}u' = 0, \quad u(0) = 0, u'(0) = 0, u''(0) = 1.$

(6 Punkte)