Konvergenz von Folgen:

Berechnnen Sie die Grenzwerte für $n \to \infty$ der folgenden Folgen.

$$\frac{5n^3 - 6n + 2}{n^4 - 7n + 1}$$

$$\frac{n^3 - n + 5}{n^3 - n + 10}$$

$$\frac{2n^2 - 6n + 2}{n^3 + 4n + 1}$$

$$\frac{3n^3 - \sin(n)}{n^3 - \sqrt{n}}$$

$$\frac{n^2 + n^{5/2} - n + 1}{n^{5/2} - n + 1}$$

$$\frac{2^n + n^{5/2} - 3n + 1}{3^n - n^2 + 4}$$

$$\frac{(\frac{5}{2})^n + n^3 + 2}{3^n - n + 1}$$

$$\frac{\ln(n^2 + n)}{\ln(n^5 - n + 10)}$$

$$\frac{\ln(2 \cdot 3^n + n)}{\ln(5 \cdot 3^n + n^9)}$$

$$\frac{\ln(n^2 + n)}{\ln(n^5 - n + 10)}$$

$$\sin\left(\frac{2n+1}{n+1}\pi\right)$$

$$\sin\left(\frac{n+1}{n^2+4}\pi\right)$$

$$\sin\left(\frac{n^2}{n+1}\pi\right)$$

$$a_n = \frac{\sqrt[n]{n^3} + \sqrt[n]{3}}{3\sqrt[n]{n} + \sqrt[n]{3n}}$$

$$b_n = \frac{2n^3 + n^2 + 3}{n^3 - 4}$$
$$c_n = \frac{(n+2)^2 - n^2}{3n}$$
$$d_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$
$$e_n = \frac{\sqrt{n^2+1} + n}{3n+2}$$
$$f_n = \frac{1 + 2 + \ldots + n}{n^2}$$
$$a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$$
$$b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+2}$$
$$c_n = \left(1 + \frac{1}{n+2}\right)^{n}$$
$$d_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n}$$

$$\frac{5^n - 3^{-n}}{4^n + 10^n}$$
$$\frac{5^n - 3^{-n}}{4^n + n^2 \cdot 5^n}$$
$$\frac{5^n - 3^{-n}}{5^n + 3^n}$$
$$\frac{\ln(23n^4 - 7n^2 - 7n + 144)}{\ln(n^5 + 3n^2)}$$

Hart: Bestimmen Sie die Grenzwerte der Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit

$$a_n = \tfrac{(-1)^n}{n^k}$$
$$a_n = \tfrac{n^n}{2^{n^2}}$$
$$a_n = \sqrt[n]{n^2}$$
$$a_n = \sqrt[n]{3 \cdot 4^n + 2 \cdot 3^n}$$
$$a_n = \left(1 - \tfrac{1}{n^4}\right)^n$$

Konvergenz von Reihen:

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^{2n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n((n+1)!)^2}{(2n)!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{(n+2)(n+3)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n)^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n)}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{\ln(n)}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n^2+7}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}$$

$$\tfrac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \tfrac{k^3+n^2}{n^3+k^2}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k^k)^2}{k^{(k^2)}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(k!)^2}{(2k)!}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{1+k^2}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k^2}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{\sqrt[k]{k}}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k (1+\frac{1}{k})^k}{k}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2k+1} \frac{k}{k+2}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\ln k}{k^3}$$

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{\ln k}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^4 \exp(-k)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\cos(\tfrac{1}{k})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\sin(\tfrac{1}{k})$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\cosh k}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\frac{\sin k}{k^2}$$

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für welche die folgenden Reihen konvergieren:

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{(2k)!}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k^2}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\sqrt{k}x^k$$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{x^k}{k}$$

Untersuchen Sie die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{7k^7(1+\frac{1}{k})(k^3-1)}{(k^3+2)(2k^5+1)(k^2+8)^2}$$

auf Konvergenz.