

Formale Logik — Blatt 1**Aufgabe 1: (Elben und Vampire)**

Es gibt viele Rätsel über eine Welt, die nur von Elben und Vampiren bewohnt wird. Elben sagen immer die Wahrheit, Vampire lügen immer. Jeder Einwohner der Welt ist entweder Elb oder Vampir. Es wird im Folgenden angenommen, dass man als Besucher dieser Welt Elben und Vampire nicht an ihrem Äußeren unterscheiden kann. Elben und Vampire selbst aber können alle anderen Elben und Vampire zweifelsfrei zuordnen.

1. Ein Fremder in dieser Welt trifft zwei Leute, A und B. A sagt "Mindestens einer von uns ist ein Vampir". Was sind A und B?
2. Nimm an, A sagt, "Ich bin ein Vampir, oder B ist ein Elb." Was sind A und B?
3. Nun haben wir drei Leute: A, B, C. Jeder von ihnen ist wieder entweder Elb oder Vampir. A sagt "Wir sind alle Vampire". B sagt "Genau einer von uns ist ein Elb." Was sind A, B, C?
4. Nimm nun an, A und B sagen stattdessen dies: A sagt "Wir sind alle Vampire". B sagt: "Genau einer von uns ist ein Vampir." Kann man sagen, was B ist? Kann man sagen, was C ist?
5. Nimm an, A sagt: "Ich bin ein Vampir, aber B ist keiner." Was sind A und B?
6. Was ist in dieser Situation: A sagt, B ist ein Vampir. B sagt, A und C sind von derselben Art. (D.h., entweder sind beide Elben, oder beide sind Vampire.) Was ist C?

Aufgabe 2: (Erfüllbar, Tautologie, Äquivalent, Folgerung)

Wir betrachten diese aussagenlogischen Formeln:

$$F_1 = B \vee \neg A, \quad F_2 = ((A \Rightarrow B) \Rightarrow A) \Rightarrow A, \quad F_3 = ((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B.$$

Entscheiden Sie für jede der drei Formeln: Ist die Formel eine Tautologie? Ist die Formel erfüllbar?

Sind F_1 und F_2 äquivalent? Sind F_1 and F_3 äquivalent? Sind F_2 und F_3 äquivalent?

Ist F_1 eine logische Folgerung aus F_2 ? Ist F_2 eine logische Folgerung aus F_1 ?

Aufgabe 3: (Falschrumme Wahrheitstafeln)

Sei F eine aussagenlogische Formel. Sei F' die Formel, die entsteht, wenn wir in F alle atomaren Formeln durch ihre Negation ersetzen. (Also, jedes A_i wird zu $\neg A_i$, und jedes $\neg A_i$ wird zu $\neg\neg A_i$, also zu A_i .)

Zeigen Sie, dass die Wahrheitstafel von F' aus der von F entsteht, indem man die Spalte unter F umdreht (also von unten nach oben liest).

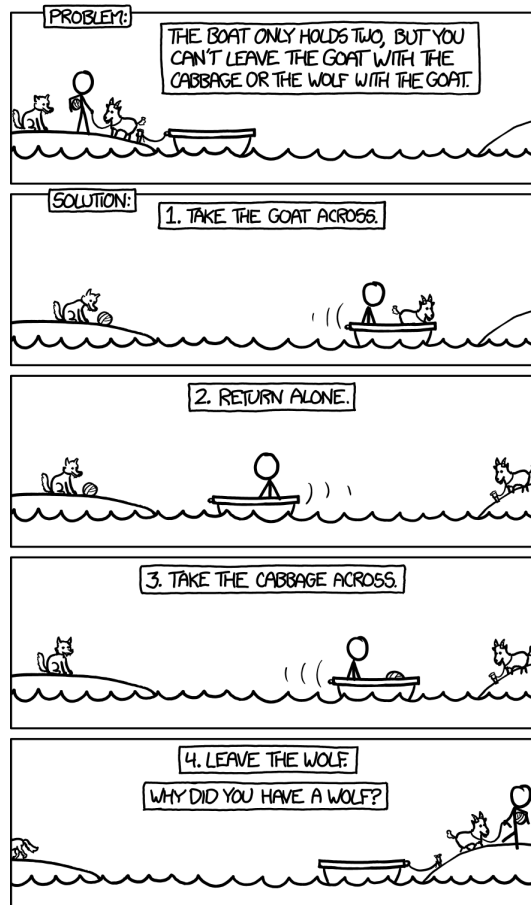
(Hierzu muss die Wahrheitstafel in der korrekten binären Reihenfolge stehen, also z.B. 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111, falls F genau drei atomare Formeln enthält.)

(FORTSETZUNG NÄCHSTE SEITE)

Aufgabe 4: (Mengengesetze)

Mit den Methoden der Logik kann man Gesetze für Mengenoperationen beweisen. Dazu nutzt man, dass z.B. $x \in A \cap B$ heißt: $x \in A \wedge x \in B$. $x \notin A$ heißt $\neg(x \in A)$, $x \in A \setminus B$ heißt $x \in A \wedge \neg(x \in B)$ usw. Zeigen Sie damit die folgenden Gleichungen für Mengen:

$$C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B), \quad (A \setminus B) \cap C = A \cap (C \setminus B), \quad A \setminus (B \setminus C) = (A \cap C) \cup (A \setminus B)$$



Suchen Sie sich ein Tutorium unten aus.

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor.

Abgabe bis 17.10.2023.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann@techfak.de