Dr. D. Frettlöh 31.10.2023

## Formale Logik — Blatt 4

# Aufgabe 13: (Disney $^{TM}$ Princesses $^{TM}$ )

- (a) Die vier Disney<sup>TM</sup> Prinzessinnen<sup>TM</sup> Arielle<sup>TM</sup>, Belle<sup>TM</sup>, Cinderella<sup>TM</sup> und Diana sind von Barbie<sup>TM</sup> (aber andere Firma) zu einer Party eingeladen. Sie äußern starke Meinungen:
- Arielle<sup>TM</sup>: Wenn Belle<sup>TM</sup> und Diana<sup>TM</sup> kommen, dann komme ich nicht.
- Belle<sup>TM</sup>: Wenn Diana<sup>TM</sup> kommt, dann komme ich auch.
- Cinderella<sup>TM</sup>: Arielle<sup>TM</sup> und ich kommen beide auf die Party.
- Diana<sup>TM</sup>: Ich geh auf jeden Fall auf die Party.

Übersetzen Sie die Aussagen in eine Hornformel F und entscheiden Sie mit dem Hornformelalgorithmus, ob F erfüllbar ist. Falls ja, wer geht auf die Party geht und wer nicht?

- (b) Diesmal lädt Barbie $^{TM}$  die vier $^{TM}$  Disney $^{TM}$  Prinzessinnen $^{TM}$  von oben ein sowie Eliza $^{TM}$ . Wieder äußern sie starke Meinungen:
- $\bullet$  Arielle  $^{\rm TM}$ : Wenn Eliza  $^{\rm TM}$  und Belle  $^{\rm TM}$  kommen, dann komme ich auch.
- $\bullet$ Belle  $^{\rm TM}$ : Wenn Eliza  $^{\rm TM}$ kommt, dann komme ich auch.
- Cinderella<sup>TM</sup>: Wenn Arielle<sup>TM</sup> und Belle<sup>TM</sup> kommen, dann kome ich nicht.
- Diana<sup>TM</sup>: Wenn Eliza<sup>TM</sup> und Arielle<sup>TM</sup> kommen, dann komme ich auch.
- Eliza<sup>TM</sup>: Ich geh auf jeden Fall auf die Party.

Übersetzen Sie die Aussagen wieder in eine Hornformel F' und entscheiden Sie mit dem Hornformelalgorithmus, ob F' erfüllbar ist. Falls ja, wer geht auf die Party geht und wer nicht?

#### Aufgabe 14: (Nochmal unendlich viele Formeln erfüllen)

Finden Sie alle Belegungen, die die folgende unendliche Menge von Formeln erfüllen.

$$M = \{A_1 \lor A_2, \neg A_2 \lor \neg A_3, A_3 \lor A_4, \neg A_4 \lor \neg A_5, A_5 \lor A_6, \ldots\}$$

Begründen Sie, warum das wirklich alle sind.

Tipp: Es gibt mehr als sieben erfüllende Belegungen.

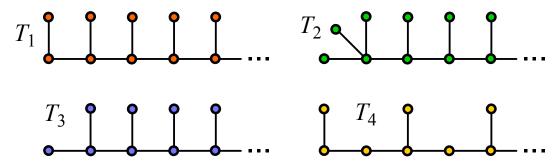
### Aufgabe 15: (Logische Folgerungen)

Seien F, G und H aussagenlogische Formeln. Zeigen Sie die Gültigkeit der folgenden logischen Folgerungen. Sie dürfen dazu aber in höchstens einer der Teilaufgaben Wahrheitswertetafeln benutzen.

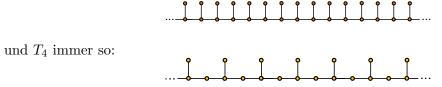
- (a) Modus tollens:  $\{F \Rightarrow G, \neg G\} \models \neg F$ .
- **(b)** Resolution (Lemma 1.36):  $\{F \lor L, G \lor \neg L\} \models F \lor G$ .
- (c) Kettenschluss:  $\{F \Rightarrow G, G \Rightarrow H\} \models F \Rightarrow H$ .

## Aufgabe 16: (Unendliche Bäume)

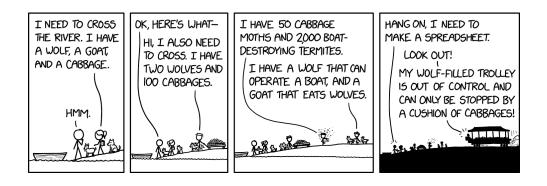
Ein Baum T' heißt **Teilbaum** eines Baums T, falls man durch Streichen von Knoten und Kanten in T den Baum T' erhält. Welche der folgenden unendlichen Bäume  $T_i$  sind Teilbaum eines der anderen  $T_i$ ?



Das Bild ist so gemeint, dass es nach rechts analog immer weiter geht.  $T_1$  bis  $T_3$  sehen also weiter rechts immer so aus:



Begründen Sie Ihre Antwort, etwa mit einer Skizze, oder einem plausiblen Argument. (Die Knoten sind dabei ununterscheidbar, also nicht etwa nummeriert. Ein Baum ist übrigens immer sein eigener Teilbaum, aber das ist für diese Aufgabe unwichtig.)



Suchen Sie sich ein Tutorium unten aus.

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem Sie die letzte Korrektur bekamen.

Abgabe bis 7.11.2023. um 14:00.

Tutorien: Di 16-18 D2-152 Hannah Heile hheile+logik@techfak.de
Di 16-18 T2-204 Can Ward cward+logik@techfak.de
Mi 8-10 T2-233 Jakob Niermann janiermann+logik@techfak.de