

**Formale Logik — Blatt 7****Aufgabe 25: (Strukturen und Modelle)**

Welche der folgenden Strukturen sind Modelle für

$$F = \exists x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(y, z) \wedge \neg P(x, z)),$$

welche nicht? Begründen Sie Ihre Antwort.

- (a)  $U_{\mathcal{A}} = \mathbb{N}$ ,  $P^{\mathcal{A}} = \{(m, n) \mid m, n \in \mathbb{N}, m < n\}$
- (b)  $U_{\mathcal{A}} = \mathbb{N}$ ,  $P^{\mathcal{A}} = \{(n, n + 1) \mid n \in \mathbb{N}\}$
- (c)  $U_{\mathcal{A}} = \{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ differenzierbar}\}$   $P^{\mathcal{A}} = \{(f, g) \mid f = g'\}$
- (d)  $U_{\mathcal{A}} = \text{Pot}(\mathbb{N})$  (das ist die *Potenzmenge* von  $\mathbb{N}$ , also die Menge aller Teilmengen von  $\mathbb{N}$ ),  
 $P^{\mathcal{A}} = \{(A, B) \mid A, B \subset \mathbb{N}, A \subseteq B\}$

**Aufgabe 26: (Modelle und Strukturen)**

Für die Formeln  $F$  und  $G$  in Aufgabe 24 von Blatt 6, finden Sie jeweils eine Struktur, die ein Modell für  $F$  (bzw.  $G$ ) ist, und eine Struktur, die kein Modell für  $F$  (bzw.  $G$ ) ist.

**Aufgabe 27: (Äquivalenz)**

Sei

$$F = \neg \forall x \exists y (P(x) \vee \neg Q(y)) \vee \exists z \exists x R(x, z)$$

und

$$G = \exists z \exists x \forall y \left( (\neg P(x) \vee R(x, z)) \wedge (Q(y) \vee R(x, z)) \right).$$

Zeigen Sie  $F \equiv G$  allein durch Anwenden der Umformungsregeln in Satz 2.14.

**Aufgabe 28: (Erfüllbarkeit)**

Zeigen Sie, dass jede prädikatenlogische Formel, die nur  $\wedge, \vee, \forall, \exists, \Rightarrow$ , Variablen und Prädikaten Symbole enthält, erfüllbar ist. Ist auch jede solche Formel gültig? Ist auch jede solche Formel erfüllbar, wenn wir zusätzlich Funktionensymbole erlauben?

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem die letzte Korrektur kam.  
 Abgabe bis 28.11.2023. um 14:00.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile+logik@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward+logik@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann+logik@techfak.de