Formale Logik — Blatt 9

Aufgabe 33: (Beweis Satz 2.24)
(a) Zeigen Sie, dass

$$F = \forall x\, P(x, f(x)) \wedge \forall y\, \neg P(y, y) \wedge \forall x\, \forall y\, \forall z\, \big((P(x, y) \wedge P(y, z) \Rightarrow P(x, z)\big)$$

erfüllbar ist, indem Sie ein Modell $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$ für F finden.

(b) Zeigen Sie, dass F nicht erfüllbar ist, wenn $U_{\mathcal{A}}$ eine endliche Menge ist.

Aufgabe 34: (I can't get no satisfaction)
Erstellen Sie die NNF F' von

$$F = \forall x\, \Big(\big(\exists y (P(a) \Rightarrow Q(y))\big) \wedge (Q(x) \Rightarrow P(x))\Big)$$

und wenden den Resolutionskalkül darauf an. Ist F erfüllbar?

Listen Sie außerdem sieben Terme des Herbranduniversums $H(F')$ der NNF auf.

Aufgabe 35: (Trinkerparadox)
In jeder (nichtleeren) Kneipe gibt es einen Gast, so dass, wenn dieser Gast trinkt, alle Gäste trinken.

Dies klingt, als könne es nicht stimmen. Tut es aber. Das können wir so sehen: Wir setzen $U_{\mathcal{A}} = \{$ alle Gäste $\}$ und $P(x)$ als das Prädikat "x trinkt" wird die Ausssage oben zu:

$$F = \exists x\, \big(P(x) \Rightarrow \forall y\, P(y)\big)$$

Beweisen Sie die Aussage oben, indem Sie zeigen, dass die Formel F gültig ist. (Was also müssen Sie dafür tun?)

Was ist hier das Herbranduniversum $H(F)$?

Aufgabe 36: ("So this dude's his own baby, huh?")
Betrachten wir den Cartoon auf Seite 19 im Skript. Ziehen Sie die gleichen Schlussfolgerungen wie der kleine Junge, indem Sie den Resolutionskalkül mit $=$ anwenden. Wählen Sie als Universum "alle Menschen". Übersetzen Sie die ersten beiden Anweisungen in zwei Formeln G_1 und G_2, und verwenden Sie zwei Konstanten: a für "me" und b für "Baby". Zeigen Sie, dass $a = b$ eine Folgerung aus G_1 und G_2 ist. (Also zum Beispiel, indem Sie zeigen, dass $F := G_1 \wedge G_2 \wedge \neg(a = b)$ unerfüllbar ist.)

Was ist hier das Herbranduniversum $H(F)$?

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem die letzte Korrektur kam.
Abgabe bis 12.12.2023 um 14:00.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile+logik@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward+logik@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann+logik@techfak.de