

**Formale Logik — Blatt 11****Aufgabe 41: (Rangfolge)**

Bestimmen Sie den modalen Rang der folgenden Formeln.

- (a)  $F_1 = \diamond(\diamond\Box A \wedge \diamond B)$   
 (b)  $F_2 = \Box A \vee \diamond\neg\Box(\neg A \vee \diamond\Box B)$   
 (c)  $F_3 = \diamond\neg\Box(\Box\diamond(A \vee \neg\Box B) \Rightarrow A)$   
 (d)  $F_4 = \diamond\Box\neg\diamond(\neg\diamond B \wedge \Box\diamond(\Box\neg\diamond B \vee \neg\Box A) \wedge \diamond\Box A)$

**Aufgabe 42: (Tautologien?)**

Welche der folgenden Formeln sind Tautologien, welche nicht? Benutzen Sie den Tableauekalkül, um das zu beantworten.

- (a)  $H_1 = \Box A \Rightarrow \diamond A$   
 (b)  $H_2 = \diamond A \Rightarrow A$   
 (c)  $H_3 = \Box\neg A \Rightarrow \neg(\diamond A \wedge \neg B)$   
 (d)  $H_4 = \neg(\Box(A \Rightarrow B) \wedge \diamond A \wedge \Box\neg B)$

**Aufgabe 43: (Mehr Tautologien)**

Benutzen Sie den Tableauekalkül für (a). Begründen Sie Ihre Antworten für (b) und (c).

- (a) Zeigen Sie, dass  $F \Rightarrow \diamond F$  erfüllbar ist, aber keine Tautologie.  
 (b) Falls wir verlangen, dass der Rahmen  $(W, R)$  für  $F \Rightarrow \diamond F$  reflexiv ist, wäre die Formel dann eine Tautologie?  
 (c) Falls wir verlangen, dass der Rahmen  $(W, R)$  für  $F \Rightarrow \diamond F$  transitiv ist, wäre die Formel dann eine Tautologie?

**Aufgabe 44: (Dr. Who und die Höllenmaschine)**

Dr. Who steht vor einem Gerät, das möglicherweise explodieren könnte. In diesem Fall würde alles Leben, alle Universen, die Zeit selbst usw. zerstört werden. Das Gerät hat drei Hebel mit der Aufschrift  $A$ ,  $B$  und  $C$ . Alle drei können entweder nach oben oder nach unten verschoben werden. Die Hebel interagieren jedoch miteinander. Zum Beispiel können Hebel  $A$  und Hebel  $B$  niemals beide oben sein. Auch gilt immer: Wenn der Hebel  $C$  oben ist, ist auch der Hebel  $B$  oben. Darüber hinaus gilt immer, dass, wenn der Hebel  $A$  unten ist, auch der Hebel  $C$  unten ist.

Das Gerät explodiert, sobald der Hebel  $C$  irgendwann oben ist. Übersetzen Sie die obigen Bedingungen in modallogische Formeln  $F_1, F_2, F_3$  und verwenden Sie den Tableauekalkül, um zu zeigen, dass das Gerät nie explodiert, egal, welche Hebel Dr. Who betätigt. (Also indem Sie zeigen, dass  $F_1 \wedge F_2 \wedge F_3 \wedge \diamond C$  unerfüllbar ist).

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem die letzte Korrektur kam.

Abgabe bis 9.1.2024 um 14:00.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile+logik@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward+logik@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann+logik@techfak.de