Dr. D. Frettlöh 16.1.2024

Formale Logik — Blatt 13

Aufgabe 49: (Unberechenbare Probleme I: Postsches Korrespondenzproblem)
Entscheiden Sie jeweils, ob das Postsche Korrespondenzproblem in (a), (b), (c) und (d) eine Lösung hat oder nicht. Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $u_1 = 010, u_2 = 0, u_3 = 11$ and $v_1 = 0, v_2 = 10, v_3 = 01$.

(b) $u_1 = 010, u_2 = 0, u_3 = 11, u_4 = 10$ and $v_1 = 10, v_2 = 10, v_3 = 01, v_4 = 101$.

(c) $u_1 = 00, u_2 = 1, u_3 = 101, u_4 = 0$ and $v_1 = 0, v_2 = 01, v_3 = 10, v_4 = 01$.

(d) $u_1 = 01, u_2 = 100, u_3 = 010$ and $v_1 = 010, v_2 = 00, v_3 = 100$.

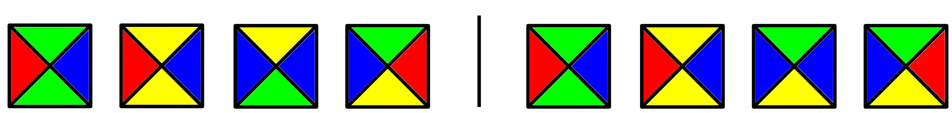
Aufgabe 50: (Unberechenbare Probleme II: Sterbliche Matrizen)
Entscheiden Sie, welche der folgenden Mengen von Matrizen sterblich sind. Geben Sie jeweils entweder ein Produkt dieser Matrizen an, das die Nullmatrix ergibt, oder begründen Sie, warum das nicht sein kann.

(a) $A_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, $A_2 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, $A_3 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$.

(b) $B_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{smallmatrix}\right)$, $B_2 = \left(\begin{smallmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$, $B_3 = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.

(c) $C_1 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{smallmatrix}\right)$, $C_2 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{smallmatrix}\right)$, $C_3 = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.

Aufgabe 51: (Unberechenbare Probleme III: Wang-Kacheln)
Für jede der beiden Sätze von Wang-Kacheln unten, zeigen Sie, dass die entweder eine Pflasterung der Ebene erlauben (nach den bekannten Regeln: Ecke an Ecke, Farbe an Farbe, drehen verboten); oder zeigen Sie, dass es keine solche Pflasterung gibt.



Aufgabe 52: (Berechenbare Prädikatenlogik)
Monadische Prädikatenlogik ist Prädikatenlogik ohne Funktionssymbole, und in der alle Prädikate einstellig sind (d.h., dass sie nur eine Eingabe haben, also etwa $P(x)$ und nicht $P(x,y)$). Sei F eine Formel in Prädikatenlogik mit den n Prädikaten $P_1, P_2 \ldots, P_n$.

(a) Zeigen Sie: ist F erfülbar, dann gibt es ein Modell $\mathcal{A} = (U_\mathcal{A}, I_\mathcal{A})$ für F, so dass $U_\mathcal{A}$ genau 2^n Elemente hat. *(Tipp: Fassen Sie Elemente in $U_\mathcal{A}$, die dieselben Ergebnisse $(P_1^\mathcal{A}(x), \ldots, P_n^\mathcal{A}(x))$ liefern, zu einem zusammen.)*

(b) Begründen Sie, warum das Problem "ist die Formel F in monadischer Prädikatenlogik erfüllbar?" berechenbar ist.

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem die letzte Korrektur kam.
Abgabe bis 23.1.2024 um 14:00.

Tutorien:	Di 16-18	D2-152	Hannah Heile	hheile+logik@techfak.de
	Di 16-18	T2-204	Can Ward	cward+logik@techfak.de
	Mi 8-10	T2-233	Jakob Niermann	janiermann+logik@techfak.de