

Formale Logik — Blatt 1**Aufgabe 1: (Elben und Vampire)**

Es gibt viele Rätsel über eine Welt, die nur von Elben und Vampiren bewohnt wird. Elben sagen immer die Wahrheit, Vampire lügen immer. Jeder Einwohner der Welt ist entweder Elb oder Vampir. Es wird im Folgenden angenommen, dass man als Besucher dieser Welt Elben und Vampire nicht an ihrem Äußeren unterscheiden kann. Elben und Vampire selbst aber können alle anderen Elben und Vampire zweifelsfrei zuordnen.

1. Ein Fremder in dieser Welt trifft zwei Leute, A und B. A sagt "Mindestens einer von uns ist ein Vampir". Was sind A und B?
2. Nimm an, A sagt, "Ich bin ein Vampir, oder B ist ein Elb." Was sind A und B?
3. Nun haben wir drei Leute: A, B, C. Jeder von ihnen ist wieder entweder Elb oder Vampir. A sagt "Wir sind alle Vampire". B sagt "Genau einer von uns ist ein Elb." Was sind A, B, C?
4. Nimm nun an, A und B sagen stattdessen dies: A sagt "Wir sind alle Vampire". B sagt: "Genau einer von uns ist ein Vampir." Kann man sagen, was B ist? Kann man sagen, was C ist?
5. Nimm an, A sagt: "Ich bin ein Vampir, aber B ist keiner." Was sind A und B?
6. Was ist in dieser Situation: A sagt, B ist ein Vampir. B sagt, A und C sind von derselben Art. (D.h., entweder sind beide Elben, oder beide sind Vampire.) Was ist C?

Aufgabe 2: (Erfüllbar, Tautologie, Äquivalent, Folgerung)

Wir betrachten diese aussagenlogischen Formeln:

$$F_1 = (A \wedge B) \vee \neg A, \quad F_2 = A \Rightarrow (A \Rightarrow B), \quad F_3 = ((A \Rightarrow B) \wedge A) \Rightarrow B.$$

Entscheiden Sie für jede der drei Formeln: Ist die Formel eine Tautologie? Ist die Formel erfüllbar?

Sind F_1 und F_2 äquivalent? Sind F_1 and F_3 äquivalent? Sind F_2 und F_3 äquivalent?

Ist F_1 eine logische Folgerung aus F_2 ? Ist F_2 eine logische Folgerung aus F_1 ?

Aufgabe 3: (Spiele mit XOR)

Finden Sie eine Formel, die das "exklusive oder" \oplus enthält, und die eine Tautologie ist, und finden Sie eine Formel, die \oplus enthält, und die unerfüllbar ist.

(FORTSETZUNG NÄCHSTE SEITE)

Aufgabe 4: (überflüssige Operatoren?)

(a) Zeigen Sie, dass es für jede Formel F eine äquivalente Formel G gibt, die neben atomaren Formeln nur \neg und \wedge benutzt.

(b) Zeigen Sie, dass es eine Formel F gibt, so dass keine Formel G , die nur \wedge und \vee enthält, zu F äquivalent ist.

(c) Das “nicht oder”, kurz NOR oder \downarrow , ist definiert durch $A \downarrow B = \neg(A \vee B)$. Zeigen Sie, dass es für jede Formel F eine äquivalente Formel G gibt, die neben atomaren Formeln nur \downarrow enthält.

Tipp zu (a) und (c): Wenn Sie zeigen, dass Sie \wedge , \vee und \neg durch die entsprechenden Operatoren ausdrücken können, sind Sie fertig.

Suchen Sie sich ein Tutorium unten aus.

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor.

Abgabe bis 15.10.2024.

Tutorien:	Mi 12-14 in C01-148	Mi 16-18 in U2-210	Lisa Henetmayr	lhenetmayr@techfak.de
	Di 16-18 in C01-148	Do 16-18 in U2-210	Valentin Kats	vkats@techfak.de
	Di 16-18 in T2-208		Luca Sander	lusander@techfak.de