

Formale Logik — Blatt 3**Aufgabe 9: (Hornformelalgorithmus)**

Wenden Sie den Hornformelalgorithmus 1.24 auf die folgenden Hornformeln an und entscheiden Sie, ob die jeweilige Formel erfüllbar ist. Falls ja, geben Sie *alle* erfüllenden Belegungen $\mathcal{A}$ an mit $\mathcal{A} \models F$ (bzw. $\mathcal{A} \models G$, bzw. $\mathcal{A} \models H$).

$$F = (\neg A \vee \neg B \vee \neg D) \wedge \neg E \wedge (\neg C \vee A) \wedge C \wedge B \wedge (\neg G \vee D) \wedge G$$

$$G = (E \wedge C \Rightarrow F) \wedge (B \wedge C \wedge D \Rightarrow A) \wedge (1 \Rightarrow F) \wedge (A \wedge B \wedge E \Rightarrow C) \wedge (B \wedge C \Rightarrow D) \wedge (A \wedge F \Rightarrow B) \wedge (D \Rightarrow 0) \wedge (A \wedge B \Rightarrow E) \wedge (F \Rightarrow A)$$

$$H = (\neg A_1 \vee \neg A_3 \vee \neg A_5 \vee A_6) \wedge (\neg A_2 \vee \neg A_3 \vee A_6) \wedge \neg A_7 \wedge (\neg A_6 \vee \neg A_2 \vee A_7) \wedge A_4 \wedge (A_5 \vee \neg A_4) \wedge (\neg A_4 \vee \neg A_5 \vee A_1) \wedge (\neg A_1 \vee \neg A_2 \vee A_3) \wedge (\neg A_5 \vee \neg A_1 \vee A_2)$$

Aufgabe 10: (Konsumententscheidungen)

(a) Ein Hundertjähriger wird gefragt, wie er dieses biblische Alter erreicht hat. Er sagt:

“Eine strenge Diät. Bei jeder Mahlzeit gelten folgende Regeln: Immer wenn ich Schwein esse trinke ich dazu Bier. Immer wenn ich Salat esse, gibt es dazu Schwein. Wenn ich Tee trinke, dann esse ich keinen Pudding. Wenn ich Salat esse, dann auch Tofu. Immer, wenn ich Pudding und Tofu esse, dann trinke ich auch Bier. Übrigens esse ich zu jeder Mahlzeit Salat.”

Übersetzen Sie diese Aussagen in eine Hornformel F . Benutzen Sie dann den Hornformelalgorithmus, um alle Belegungen $\mathcal{A}$ zu finden mit $\mathcal{A} \models F$.

(b) Familie Müller plant einige größere Anschaffungen. Es gibt aber etliche Einschränkungen. Falls sie ein Motorrad kaufen, dann kaufen sie kein Auto. Falls Frau Müller eine umstrittene Bonuszahlung bekommt, dann kaufen sie ein Pferd für die verschwendungssüchtige Tochter. Sie werden auf jeden Fall eine Waschmaschine kaufen. Falls sie ein Pferd und eine Waschmaschine kaufen, dann auch ein Motorrad, um ihren missratenen Sohn zu besänftigen. Falls sie aber ein Motorrad und ein Pferd kaufen, dann entfällt der Spanienurlaub.

Übersetzen Sie auch diese Situation in eine Hornformel F . Zeigen Sie, dass die Müllers nicht nach Spanien in den Urlaub fahren, falls Frau Müller eine umstrittene Bonuszahlung bekommt.

Aufgabe 11: (Unendlich viele Formeln erfüllen)

Finden Sie alle Belegungen, die die folgende unendliche Menge von Formeln erfüllen.

$$M = \{A_2 \Rightarrow A_1, A_3 \Rightarrow A_2, A_4 \Rightarrow A_3, A_5 \Rightarrow A_4, A_6 \Rightarrow A_5, \dots\}$$

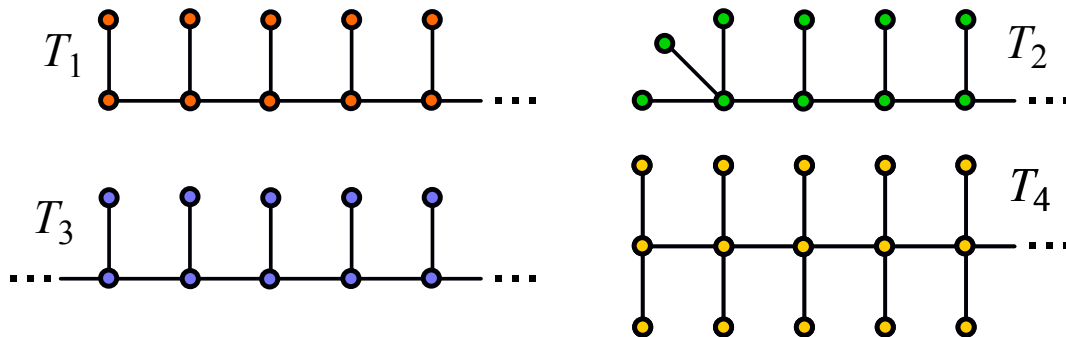
Begründen Sie, warum das wirklich alle sind.

Tipp: Es gibt mehr als vier erfüllende Belegungen.

(FORTSETZUNG NÄCHSTE SEITE)

Aufgabe 12: (Unendliche Bäume)

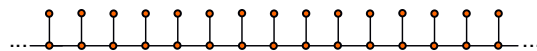
Ein Baum T' heißt **Teilbaum** eines Baums T , falls man durch Streichen von Knoten und Kanten in T den Baum T' erhält. Welche der folgenden unendlichen Bäume T_i sind Teilbaum eines der anderen T_j ? Und welche nicht?



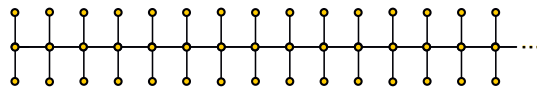
Das Bild ist so gemeint, dass es nach rechts bzw. links analog immer so weiter geht. T_1 und T_2 sehen also weiter rechts immer so aus:



T_3 sieht weiter rechts *und* weiter links immer so aus:



und T_4 sieht weiter rechts immer so aus:



Begründen Sie Ihre Antwort, etwa mit einer Skizze, oder einem plausiblen Argument.
(Die Knoten sind dabei *ununterscheidbar*, also nicht etwa nummeriert. Entfernen eines Knotens entfernt auch alle daran hängenden Kanten.)

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem Sie die letzte Korrektur bekamen.

Bitte die Abgaben so nennen: [techfakaccount]-logikn.pdf, also z.B. dfrettloeh-logik03.pdf.
Abgabe bis 29.10.2024 um 23:59.

Tutorien:	Mi 12-14 in C01-148	Mi 16-18 in U2-210	Lisa Henetmayr	lhenetmayr+logik@techfak.de
	Di 16-18 in C01-148	Do 16-18 in U2-210	Valentin Kats	valentin.kats@uni-bielefeld.de
	Di 16-18 in T2-208		Luca Sander	lusander+logik@techfak.de