

Formale Logik — Blatt 6**Aufgabe 21: (Dr. Who drückt Knöpfe)**

(a) Doctor Who steht vor einer Maschine, die kurz davor steht zu explodieren und dadurch alles Leben, das ganze Universum und die Zeit selbst auszulöschen. Sie hat drei Knöpfe: A, B und C. Durch das Drücken der richtigen Knöpfe kann die Maschine deaktiviert werden (also: sie explodiert dann nicht). Folgendes ist dazu bekannt: Wenn Knopf B gedrückt wird, dann muss auch Knopf A gedrückt werden. Es dürfen nicht Knopf B *und* Knopf C gedrückt werden. Falls B nicht gedrückt wird, muss auf jeden Fall Knopf C gedrückt werden. Falls Knopf C nicht gedrückt wird, muss Knopf A gedrückt werden.

Übersetzen Sie die Aussage in eine aussagenlogische Formel F . Entscheiden Sie mit dem Tableaurekalkül, ob F erfüllbar ist — ohne, dass Sie F zuvor vereinfachen! Falls erfüllbar, geben Sie alle erfüllenden Belegungen an.

(b) Tun Sie dasselbe mit der folgenden Situation:

Doctor Who steht vor einer weiteren Maschine, die kurz davor steht zu explodieren und dadurch alles Leben usw. auszulöschen. Sie hat auch drei Knöpfe A, B und C, und wieder kann durch das Drücken der richtigen Knöpfe die Maschine deaktiviert werden. Diesmal ist bekannt: Es muss mindestens einer der Knöpfe A oder B gedrückt werden. Es dürfen aber nicht Knopf A *und* Knopf B gedrückt werden. Falls C gedrückt wird, muss auch A gedrückt werden, und falls A gedrückt wird, muss auch B gedrückt werden.

Wieder dürfen Sie die Formel nicht vereinfachen, bevor Sie den Tableaurekalkül anwenden!

Aufgabe 22: (Äquivalenzrelationen?)

Seien T die Menge aller Techfakstudis. Welche der folgenden Relationen sind Äquivalenzrelationen? Begründen Sie Ihre Antwort. Für die, die Äquivalenzrelationen sind, geben Sie die Äquivalenzklassen an.

1. $R = \emptyset$ auf T .
2. $R = \{(a, a) \mid a \in T\}$ auf T .
3. $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, a \geq b\}$ auf \mathbb{N} .
4. $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, |a - b| \leq 2\}$ auf \mathbb{N} .
5. $R = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{N}, a \bmod 10 = b \bmod 10\}$ auf \mathbb{N} .
6. $R = \{(a, b) \mid a, b \in T, a \text{ und } b \text{ haben am gleichen Tag Geburtstag}\}$ auf T .

Aufgabe 23: (Äquivalenzen für Äquivalenzrelationen?)

Eine Äquivalenzrelation R auf einer Menge W heißt *seriell*, falls für alle $x \in W$ ein $y \in W$ existiert, so dass $(x, y) \in R$.

(a) Zeigen Sie: ist R eine Äquivalenzrelation, dann ist R auch seriell.

(b) Zeigen Sie: ist R symmetrisch, transitiv und seriell, dann ist R auch reflexiv (also eine Äquivalenzrelation).

Aufgabe 24: (Syntax der Prädikatenlogik)

(a) Welche der folgenden F_i sind prädikatenlogischen Formeln, welche nicht? Falls nicht, bitte begründen.

$$F_1 = \forall x P(y), \quad F_2 = \forall x f(x), \quad F_3 = \forall P P(x), \quad F_4 = \forall f P(f(x)), \quad F_5(x) = \neg f(x), \quad F_6 = \forall x \forall y P(x, y), \quad F_7 = \forall x f(P(x)), \quad F_8 = \forall x P(f(y)).$$

(b) Betrachten wir die folgenden beiden prädikatenlogischen Formeln:

$$F = \exists x P(x) \wedge \forall y Q(a, y), \quad G = \forall x \exists y (P(x) \vee Q(x, f(y))) \vee P(a)$$

Listen Sie alle Teilformeln und alle Terme dieser Formeln auf und geben Sie die Matrix von F an.

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem Sie die letzte Korrektur bekamen.

Bitte die Abgaben so nennen: [techfakaccount]-logikn.pdf, also z.B. dfrettl0eh-logik06.pdf.

Abgabe bis 26.11.2024 um 23:59.

Tutorien:	Mi 12-14 in C01-148	Mi 16-18 in U2-210	Lisa Henetmayr	lhenetmayr+logik@techfak.de
	Di 16-18 in C01-148	Do 16-18 in U2-210	Valentin Kats	valentin.kats@uni-bielefeld.de
	Di 16-18 in T2-208		Luca Sander	lusander+logik@techfak.de