

Formale Logik — Blatt 8**Aufgabe 29: (Riesige Universen)**

Sei F eine Formel und \mathcal{A} ein Modell für F mit $|U_{\mathcal{A}}| = n$ (wobei $n \in \mathbb{N}$; die Notation $|M|$ bedeutet die Anzahl der Elemente einer Menge M .) Konstruieren Sie für jedes $m > n$ ein Modell \mathcal{A}_m für F mit $|U_{\mathcal{A}_m}| = m$. Konstruieren Sie ein weiteres Modell \mathcal{A}' für F , so dass $U_{\mathcal{A}'}$ unendlich viele Elemente hat.

Diese Aufgabe scheint Aufgabe 28 (b) zu widersprechen. Erklären Sie, warum das kein Widerspruch ist.

Aufgabe 30: (Weitere Regeln)

Aus Satz 2.14 folgen noch weitere Rechenregeln, zum Beispiel: Falls x nicht in $\forall y H_1$ vorkommt und y nicht in $\exists x H_2$, dann gilt:

$$\forall y \exists x (H_1 \vee H_2) \equiv \exists x \forall y (H_1 \vee H_2) \quad \text{und} \quad \forall y \exists x (H_1 \wedge H_2) \equiv \exists x \forall y (H_1 \wedge H_2).$$

Beweisen Sie das mit Hilfe der Rechenregeln in Satz 2.14.

Aufgabe 31: (Die normale Normalform (NNF))

Benutzen Sie Algorithmus 2.22, um die NNF der folgenden beiden Formeln herzustellen.

$$F = \exists x \forall y Q(x, y) \Rightarrow \exists y P(y),$$

$$G = \neg \exists x \forall y (P(x) \wedge Q(y)) \wedge Q(y) \wedge \forall x \forall y (R(x, y) \Rightarrow Q(x))$$

Aufgabe 32: (Herbranduniversen)

Bestimmen Sie das Herbranduniversum $H(F)$ von

$$F = \forall x P(f(x), x) \wedge Q(x),$$

sowie 10 Terme der Herbranduniversen $H(G_1)$ bzw. $H(G_2)$ von

$$G_1 = \forall y \exists x (P(f(x, a), y) \vee Q(g(y), b)) \quad \text{und}$$

$$G_2 = \forall x \forall y \exists z (P(x, y) \wedge Q(f(x), y) \wedge R(g(x, z), h(z))).$$

Von den letzteren darf aber keines schon in $H(F)$ vorkommen!

Schicken Sie Ihre Lösungen an die Tutorin bzw. den Tutor, von dem Sie die letzte Korrektur bekamen.

Bitte die Abgaben so nennen: [techfakaccount]-logikn.pdf, also z.B. dfrettloeh-logik07.pdf.

Abgabe bis 10.12.2024 um 23:59.

Tutorien:	Mi 12-14 in C01-148	Mi 16-18 in U2-210	Lisa Henetmayr	lhenetmayr+logik@techfak.de
	Do 16-18 in U2-210		Valentin Kats	valentin.kats@uni-bielefeld.de
	Di 16-18 in T2-208		Luca Sander	lusander+logik@techfak.de