

Formale Logik — Blatt 9**Aufgabe 33: (DER Aufgabentyp)**

Stellen Sie die NNF der folgenden Formeln her und prüfen Sie mittels des Resolutionskalküls, ob die Formel jeweils erfüllbar ist. (1+3 Punkte)

$$F = \forall x (P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x (\neg Q(x) \vee Q(f(x)))$$

$$G = \neg \exists x \neg \left[(P(f(x)) \Rightarrow Q(x)) \wedge (Q(x) \Rightarrow R(f(x))) \right] \wedge \forall y \left[(P(x) \vee Q(y)) \wedge \neg (Q(x) \wedge R(y)) \right]$$

Aufgabe 34: (Die Menge aller Mengen)

Sei $U_A := M$ die Menge aller (!) Mengen. (Nebenbei: Es gilt dann natürlich $M \in M$.) Sei nun $P(x, y)$ das Prädikat

$$P = \{(x, y) \mid x \in M, y \in M, x \in y\}.$$

Nun definieren wir $z := \{x \mid \neg P(x, x)\}$. (z ist also die Menge aller Mengen, die sich nicht selbst als Element enthalten.)

Zeigen Sie mittels des Resolutionskalküls, dass es eine solche Menge z nicht geben kann, und zwar, indem Sie zeigen, dass

$$F = \exists z \forall x (P(x, z) \Leftrightarrow \neg P(x, x))$$

unerfüllbar ist. (Siehe auch Russells Paradox auf Wikipedia.)

Aufgabe 35: (Trinkerparadox)

In jeder (nichtleeren) Kneipe gibt es einen Gast, so dass, wenn dieser Gast trinkt, alle Gäste trinken.

Dies klingt, als könne es nicht stimmen. Tut es aber. Das können wir so sehen: Wir setzen $U_A = \{\text{alle Gäste}\}$ und $P(x)$ als das Prädikat “ x trinkt” wird die Aussage oben zu:

$$F = \exists x (P(x) \Rightarrow \forall y P(y))$$

Beweisen Sie die Aussage oben, indem Sie mittels des Resolutionskalküls zeigen, dass die Formel F gültig ist. (Was also müssen Sie dafür tun?)

Was ist hier das Herbranduniversum $H(F)$?

Aufgabe 36: (“So this dude’s his own baby, huh?”)

Betrachten wir den Cartoon auf Seite 30 im Skript. Ziehen Sie die gleichen Schlussfolgerungen wie der kleine Junge, indem Sie den Resolutionskalkül mit $=$ anwenden. Wählen Sie als Universum “alle Menschen”. Übersetzen Sie die ersten beiden Anweisungen in zwei Formeln G_1 und G_2 , und verwenden Sie zwei Konstanten: a für “me” und b für “Baby”. Zeigen Sie, dass $a = b$ eine Folgerung aus G_1 und G_2 ist. (Also zum Beispiel, indem Sie zeigen, dass $F := G_1 \wedge G_2 \wedge \neg(a = b)$ unerfüllbar ist.)

Was ist hier das Herbranduniversum $H(F)$?

Schicken Sie Ihre Lösungen an den Tutor, von dem Sie die letzte Korrektur bekamen.

Bitte die Abgaben so nennen: [techfakaccount]-logikn.pdf, also z.B. dfrettloeh-logik09.pdf.

Abgabe bis 17.12.2024 um 23:59.

Tutorien:	Mi 12-14 in C01-148	Mi 16-18 in U2-210	Lisa Henetmayr	lhenetmayr+logik@techfak.de
	Do 16-18 in U2-210		Valentin Kats	valentin.kats@uni-bielefeld.de
	Di 16-18 in T2-208		Luca Sander	lusander+logik@techfak.de