Formale Logik — Präsenzaufgaben**Aufgabe 1: (Hornformeln)**

Wenden Sie den Hornformelalgorithmus auf die folgenden Formeln an und entscheiden Sie jeweils, ob diese erfüllbar sind. Falls ja, geben Sie alle erfüllenden Belegungen an.

$$(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge B \wedge (\neg A \vee \neg C \vee \neg E \vee \neg D) \wedge E \wedge (\neg E \vee A) \wedge (\neg D \vee \neg E)$$

$$(B \vee \neg C \vee \neg E) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge C \wedge (\neg B \vee A \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee C \vee \neg E) \wedge E \wedge (A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg E)$$

$$(B \vee \neg C \vee \neg F) \wedge (\neg C \vee \neg F) \wedge C \wedge (\neg A \vee \neg C \vee D \vee \neg E) \wedge (\neg B \vee \neg C \vee E) \wedge A \wedge (\neg A \vee B \vee \neg C)$$

$$(A \vee C \vee \neg D) \wedge (\neg C \vee \neg D) \wedge (\neg A \vee C \vee \neg D) \wedge (B \vee D) \wedge (\neg B \vee D \vee E) \wedge (D \vee \neg E)$$

Aufgabe 2: (Resolutionskalkül)

In KNF bringen und Resolutionskalkül anwenden.

$$F_0 = (A \Rightarrow B) \wedge \neg(C \wedge D) \wedge (A \vee C) \wedge \neg(A \wedge C) \wedge (B \vee D) \wedge \neg(B \wedge D) \wedge \neg B$$

$$F_1 = (C \Rightarrow A \vee B) \wedge (B \Rightarrow A) \wedge \neg A,$$

$$F_2 = (C \Rightarrow A \vee B) \wedge \neg(B \wedge (C \Rightarrow A)) \wedge B \wedge (B \Rightarrow A).$$

$$F_3 = (A \vee \neg(B \wedge \neg C)) \wedge (B \vee C) \wedge (A \Rightarrow C) \wedge (C \Rightarrow B) \wedge \neg C.$$

$$F_4 = \neg(\neg A \wedge \neg B \wedge C) \wedge \neg(B \wedge (C \Rightarrow A)).$$

Benutzen Sie den Resolutionskalkül, um zu zeigen, dass

$$F = (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg C) \vee A \quad \text{und}$$

$$G = (\neg B \wedge \neg C \wedge D) \vee (\neg B \wedge \neg D) \vee (C \wedge D) \vee B$$

Tautologien sind.

Aufgabe 3: (Äquivalenzumformungen) Zeigen Sie $F_i \equiv G_i$ für die folgenden Formeln durch Äquivalenzumformungen.

$$F_1 = (A \Rightarrow B) \Rightarrow C, \quad G_1 = (\neg A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C),$$

$$F_2 = A \Leftrightarrow (B \wedge \neg(C \vee A)), \quad G_2 = \neg A \wedge (B \Rightarrow C).$$