

Formale Logik — Präsenzaufgaben 2**Aufgabe 1: (Die Normale Normalform (NNF))**

Gegeben sind

$$F_1 = \neg \exists x Q(x, f(x, a)) \wedge \neg (\exists y \exists x P(x, y) \wedge \forall z \neg Q(z, a)).$$

$$F_2 = \exists x P(x, g(x, b)) \Rightarrow \neg \exists x \left(\forall y Q(x, y) \vee \exists z Q(z, a) \right)$$

$$F_3 = \forall x \left(\forall y P(f(x, y)) \Rightarrow P(x) \right) \Rightarrow \exists x P(g(x, x))$$

$$F_4 = \forall x \left(\exists y P(f(y), b) \Rightarrow \exists z (P(a, x) \wedge Q(g(z, x))) \right)$$

- (a) Bestimmen Sie fünf Terme des Herbranduniversums $H(F_i)$ der Formeln oben.
 (b) Bestimmen Sie die NNF der Formeln oben.
 (c) Wenden Sie auf die NNF den Resolutionskalkül an, um zu entscheiden, ob die Formeln erfüllbar sind oder nicht.

Aufgabe 2: (Resolutionskalkül der Prädikatenlogik)

Nutzen Sie den Resolutionskalkül der Prädikatenlogik um zu entscheiden, ob die Formeln auf dieser und den folgenden Seiten erfüllbar sind oder nicht.

$$\forall x \forall y \forall z \left((R(z, f(x)) \vee Q(x) \vee \neg P(y)) \wedge (Q(a) \vee \neg R(y, f(a))) \wedge (P(y) \vee Q(z)) \wedge \neg Q(x) \right)$$

$$\forall x \forall y \forall z \Big((P(y) \vee Q(x, f(x)) \vee R(a)) \wedge (P(y) \vee \neg R(y)) \wedge (P(x) \vee \neg Q(z, f(a))) \wedge \neg P(z) \Big)$$

$$\forall x \forall y \forall z \left((P(x) \vee P(f(a))) \wedge (\neg P(y) \vee Q(b, a) \vee \neg R(a)) \wedge (\neg P(f(a)) \vee Q(b, y) \vee R(y)) \wedge (\neg P(f(z)) \vee \neg Q(b, z)) \right)$$

$$\forall x \forall y \left((P(f(a)) \vee Q(x) \vee R(a, a)) \wedge (-P(x) \vee R(y, a)) \wedge (-Q(x) \vee P(f(f(a)))) \wedge -P(f(x)) \wedge (P(y) \vee -R(a, x)) \right)$$

$$\forall x \forall y \left(\left(\neg P(x) \vee \neg R(x, y) \right) \wedge \left(P(y) \vee Q(x) \vee R(y, f(x)) \right) \wedge \neg Q(x) \wedge \left(\neg P(a) \vee R(y, f(a)) \right) \wedge \left(P(y) \vee Q(a) \vee \neg R(a, f(y)) \right) \right)$$