

Übungen zur Vorlesung Panorama der Mathematik und Informatik

Blatt 2

Aufgabe 4: (Knifflige diophantische Gleichungen)

Archimedes (ca.287-ca.212 v.Chr.) wird das “Rinderproblem” zugeschrieben. Worum geht es, und wer hat es zuerst gelöst? (Als Antwort reichen ein oder zwei Sätze.)

Das Problem lässt sich darauf zurückführen, eine ganzzahlige Lösung für die Gleichung $x^2 - 4729494y^2 = 1$ zu finden (also eine mit $x, y \in \mathbb{Z}$). Später fragte Brahmagupta (Indien, 598-668 n.Chr.) nach einer ganzzahligen Lösung von $x^2 - 92y^2 = 1$ mit $y \neq 0$. Finden Sie eine solche. Finden Sie außerdem eine ganzzahlige Lösung von $x^2 - 188y^2 = 1$ mit $y \neq 0$.

Aufgabe 5: (Vollkommene Zahlen)

Was ist eine vollkommene Zahl? Welche vollkommenen Zahlen waren bereits den Griechen der Antike bekannt? Gibt es unendlich viele vollkommene Zahlen? Gibt es ungerade vollkommene Zahlen? Geben Sie ein Beispiel für eine abundante Zahl. Finden Sie unendlich viele Zahlen m , deren echte Teilersumme $m - 1$ ist.

Aufgabe 6: (Geldbörsen-Aufgabe von Fibonacci)

Finden Sie (a) eine Lösung, (b) alle Lösungen der Geldbörsen-Aufgabe von Fibonacci:

Vier Leute, Nr. 1, 2, 3 und 4, finden eine Geldbörse. Sie teilen den Inhalt fair (jeder gleichviel) unter sich auf. Anschließend hat Nr 1 doppelt so viel Geld wie Nr 2 und 3 vorher zusammen, Nr 2 hat hinterher dreimal so viel Geld wie Nr 3 und 4 zusammen vorher hatten, Nr 3 hat hinterher viermal so viel Geld wie Nr 4 und 1 zusammen vorher hatten, und Nr 4 hat hinterher fünfmal so viel Geld wie Nr 1 und 2 zusammen vorher hatten. Als Geldbeträge sind nur ganze Zahlen zugelassen.

Wieder gilt: alles ist erlaubt, googlen, programmieren, onlinetools...

Rätsel der Woche:

Eine 7m lange Leiter steht an einer senkrechten Wand, und zwar so, dass sie eine an die Wand gerückte 1 mal 1 mal 1 m große Kiste gerade berührt. In welcher Höhe berührt die Leiter die Wand? Gesucht ist eine exakte Lösung, also nicht z.B. “ca. 1,41 m”, oder “1,4142135623...m”, sondern z.B. $\sqrt{2}$. (Natürlich ist die Wand genau senkrecht, der Boden genau waagrecht, die Leiter eine perfekt gerade Strecke usw.)

