

Übungen zur Vorlesung Panorama der Mathematik und Informatik

Blatt 8

Aufgabe 22: (Conways Game of Life)

Ein Pentomino ist eine Figur, die aus 5 Quadraten zusammengesetzt ist, so dass die Quadrate Kante-an-Kante liegen (siehe auch wikipedia). Was ist das Schicksal der verschiedenen Pentominos in Conways Game of Life? (Startmuster ist jeweils eines der Pentominos, sonst nichts.) Tabellieren Sie Lebensdauer und Endzustand (Leere, still life, oscillator, glider...)

Aufgabe 23: (Lineare Automaten)

Betrachten Sie einen eindimensionalen Automaten mit drei Zuständen: 0,1,2 sowie folgenden Regeln: Eine Zelle an Stelle i im Zustand 0 ($b_i = 0$) geht über in Zustand 2, falls $b_{i-1} + b_{i+1} \geq 2$. Sonst bleibt sie in Zustand 0. Falls $b_i = 1$, so gilt im nächsten Schritt immer $b_i = 0$. Falls $b_i = 2$, so gilt im nächsten Schritt $b_i = 1$, falls $b_{i-1} = 0$ oder $b_{i+1} = 0$; sonst $b_i = 2$.

Finden Sie einen Gleiter (glider) in diesem linearen Automaten sowie eine Gleiterkanone (glider gun), die Gleiter nach beiden Seiten schießt. Gibt es eine Gleiterkanone, die Gleiter nur nach links schießt? (Hier ist, wie in GoL, 0 = leer; eine Kanone würde also zunächst in ein "leeres" Universum aus lauter Nullen gesetzt.)

Aufgabe 24: (Eindimensionaler Automat in GoL)

Betrachten wir als Startmuster in Conways Game of Life eine (nach oben und unten unendlich lange) vertikale Gerade aus lebenden Zellen (Breite 1); ansonsten nur tote Zellen. Dann verhält sich in den nächsten Zeitschritten jede horizontale Zeile aus Zellen gleich. Diese Zeile lässt sich auch als elementarer zellulärer Automat beschreiben. Was ist seine Zustandstabelle, und welche Zahl codiert diesen elementaren Automaten nach dem wolframschen Schema? (Vgl. Folien 10/11 vom 28.5.) Finden Sie außerdem alle stabilen Zustände in diesem eindimensionalen zellulären Automaten, also alle möglichen Belegungen der Zellen, so dass die Belegung im nächsten Zeitschritt (und damit in jedem weiteren) gleich ist.

Rätsel der Woche:

Vier Städte liegen auf den Ecken eines Quadrats. Sagen wir, ihre Koordinaten sind $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(1, 1)$ und $(0, 1)$. Finden Sie das kürzeste Straßennetz, das alle vier Städte miteinander verbindet. (Tipps: Die Gesamtlänge ist kleiner als 2,8. Probieren Sie es evtl. erstmal mit drei Städten, die auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks liegen.)