

Übungen zur Vorlesung Panorama der Mathematik und InformatikBlatt [4 $\pi$ ]**Aufgabe [11 $\pi$ ]: ( $\pi$  erschießen)**

Schreiben Sie ein kleines Programm, das  $\pi$  auf folgende Weise näherungsweise berechnet: Erzeugen Sie 1000 (bzw. 100 000) Zufallspunkte in dem Quadrat  $[-1, 1] \times [-1, 1]$ . Zählen Sie die Punkte, deren Abstand von  $(0, 0)$  kleiner als 1 ist. Teilen Sie diese Zahl durch 250 (bzw. 25 000).

Warum liefert dieses Verfahren einen Näherungswert für  $\pi$ ?

**Aufgabe [11 $\pi$ ]: ( $\pi$  ersummieren)**

Schreiben Sie zwei kleine Programme, die  $\pi$  mittels einer der Reihen aus der Vorlesung berechnen (Euler, Leibniz, Ramanujan, Borwein...). Schreiben Sie ein weiteres, das  $e$  mittels der bekannten Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$  berechnet. Welche Reihen konvergieren langsam, welche schnell?

**Aufgabe  $\pi^3 + 5$ : (John Machins Trick)**

Zeigen Sie:  $\frac{\pi}{4} = 4 \arctan \frac{1}{5} - \arctan \frac{1}{239}$ . (*Tipp: Additionstheoreme des Tangens*)

**Rätsel der Woche:**

Finden Sie in der Dezimaldarstellung von  $\pi$  die erste zehnstellige Primzahl, die erste Stelle, wo 3333333 auftaucht, sowie die erste Stelle, ab der die Ziffern 123456789 in dieser Reihenfolge hintereinander auftauchen.