

Nachtrag zu SIMD, MIMD:

Die muss man noch weiter unterscheiden bzgl.:

- SMM: single memory machine
(Problem: Schreibkonflikte)
- DM: distributed memory machine
(Problem: Kommunikation zwischen Prozess[or]en)

2. Topologie von Netzwerken

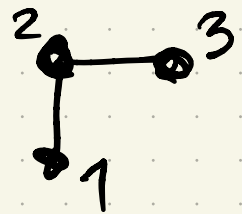
Verbindungen zwischen Prozessoren untereinander, oder zw. —'—

& Speicher: abstrakt als Graphen (vgl. Mothe 1 ab 2023)

Graph: $G = (V, E)$

$V = \{1, 2, 3\}$ Knoten

$E = \{(1, 2), (2, 3)\}$ Kanten



(eigtl: ~~$\{1, 2\}, \{2, 3\}$~~ mit $(1, 2) \in E$
ist auch $(2, 1) \in E$)



Allg:

- V eine endl. Menge
- $E \subseteq V \times V$; mit $\forall v: (v, v) \notin E$

Einige Begriffe

- $d(v)$ Grad von v : Anzahl der Kanten in v

- G heißt k -regulär falls
 $\forall v \in V : d(v) = k$.

Dann $d(G) = k$

- $P = v_0 v_1 \dots v_m$ Weg in G ,
falls • $(v_i, v_{i+1}) \in E$ für $0 \leq i < m$
(Länge m) • $v_i \neq v_j$ für $i \neq j$

$v_0 v_1 \dots v_m v_0$ heißt Kreis, falls
Weg in G , und $(v_m, v_0) \in E$.

- $\text{dist}(v, w)$ Abstand von v
und w : Länge des kürzesten
Wegs von v nach w

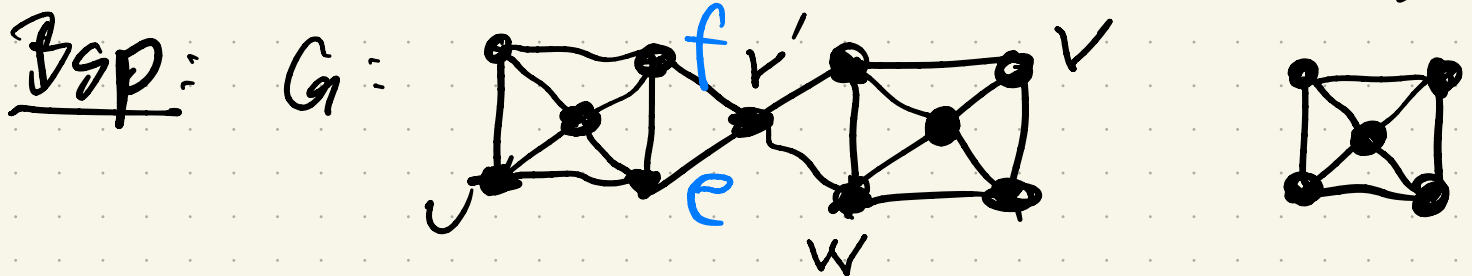
- $\text{diam}(G) = \max_{v, w \in V} \text{dist}(v, w)$ (Zush.)

- G heißt zusammenhängend,
falls es für alle $v, w \in V$ einen
Weg von v nach w gibt.

- G heißt k -Knoten-Zush., falls

G nach Entfernung von $k-1$ beliebigen Knoten immer noch zush. ist. (1-zush. = zush.)

- G heißt k -Kanten-zush.,
(analog für Knoten)



$d(u) = 3$, $d(w) = 4$, also
 G nicht regulär.

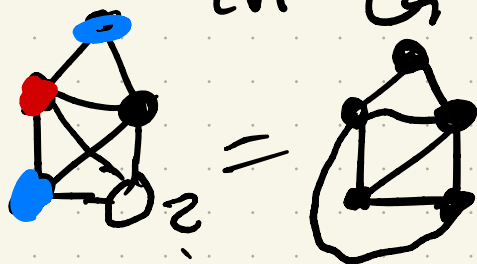
$$\text{dist}(u, v) = 4 = \text{diam}(G)$$

- 1-Knoten-zush. (dann zush.)
nicht 2-Knoten-zush.:
 v' entfernen
- 2-Kanten-zush., aber
nicht 3-Kanten-zush.: dann
 e, f entfernen macht G
un-zush.

Eine Einbettung von $G' = (V', E')$ in $G = (V, E)$ ist eine Abbildung $\sigma : V' \rightarrow V$ so dass

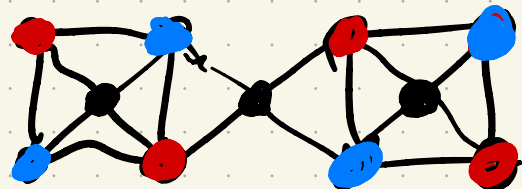
- $u' \neq v' \Rightarrow \sigma(u') \neq \sigma(v')$
- $(u', v') \in E' \Rightarrow (\sigma(u'), \sigma(v')) \in E$

Bsp G' :  hat Einbettung in G im Bsp. oben.



einbettbar in G_2 ?

Nein! Denn G ist 3-färbbar, G' nicht.



Wir wollen für unsere Netzwerke widersprüchliches:

- Kleiner Grad (= leicht zu bauen)
- Kleiner Durchmesser (schneller & leichter zu organisieren)
- hoher Knoten-zush. } ausfallsicher
- " Kanten-zush. } & parallele Routen
- viele Einbettungen in G möglich

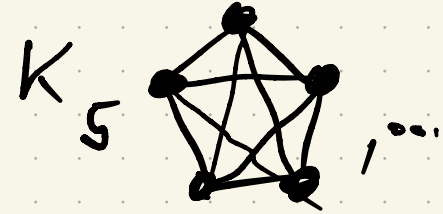
- einfache Struktur

Bsp.

K_n

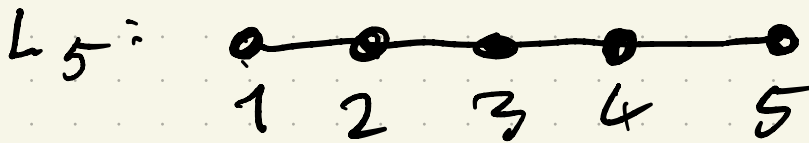
$$V = \{1, 2, \dots, n\} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{vollständiger} \\ \text{Graph} \end{array} \right\}$$

$$E = \{(u, v) \mid u, v \in V, u \neq v\}$$



L_n : $V = \{1, 2, \dots, n\}$

$$E = \{(u, v) \mid |u - v| = 1\}$$

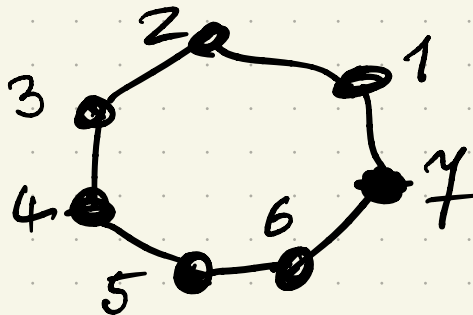


line graph

C_n : $V = \{1, 2, \dots, n\}$

$$E = \{(u, v) \mid (u - v) \bmod n = \pm 1\}$$

C_7

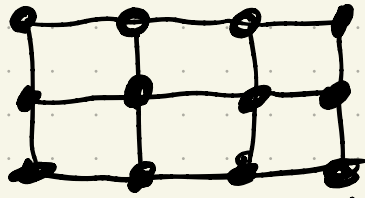
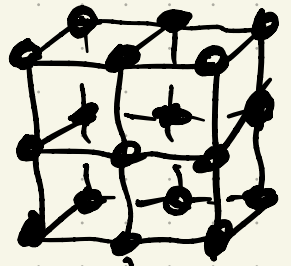


cycle graph

$G_{\tau_1 \tau_2 \dots \tau_d}$

grid graph

$$V = \{1, 2, \dots, \tau_1\} \times \{1, 2, \dots, \tau_2\} \times \dots \times \{1, \dots, \tau_d\}$$

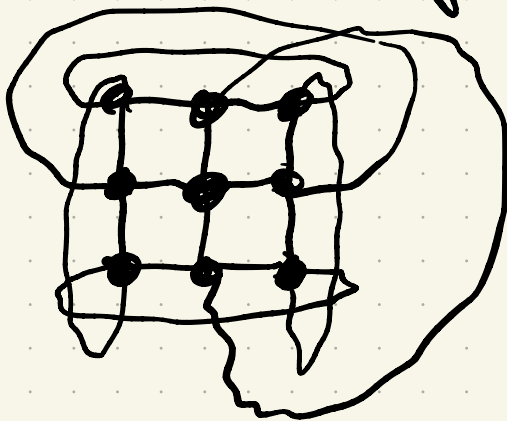
$G_{3,4}$ $(2,1)$  $(1,1) (1,2) (1,3) (1,4)$ $G_{3,3,2}$  $(1,2,1)$

$E = \{ (u,v) \mid u,v \in V, \text{ so dass es ein } i \text{ gibt mit } u_i = v_i \text{ f\"ur } i \neq j, \text{ und } |u_j - v_j| = 1 \}$

$T_{\tau_1 \tau_2 \dots \tau_d}$ Torus graph

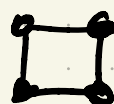
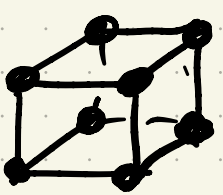
$V = \{1, 2, \dots, \tau_1\} \times \{1, 2, \dots, \tau_2\} \times \dots \times \{1, \dots, \tau_d\}$

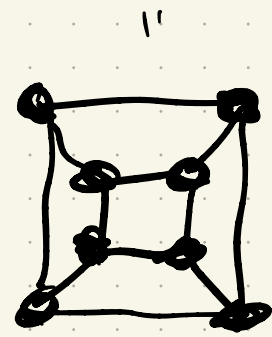
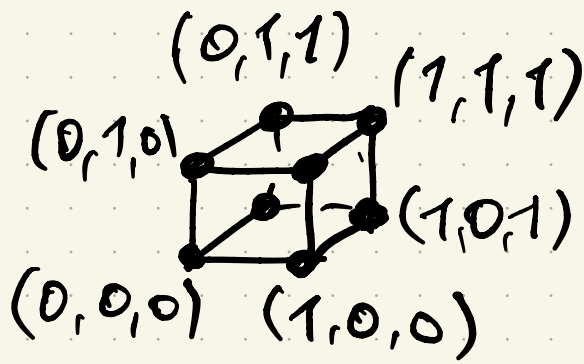
$E = \{ (u,v) \mid u,v \in V, \text{ so dass es ein } i \text{ gibt mit } u_i = v_i \text{ f\"ur } i \neq j, \text{ und } u_j - v_j \bmod \tau_j = \pm 1 \}$

 $T_{3,3}$

W_d : $G_{\underbrace{2 \ 2 \ 2 \ \dots \ 2}_d}$

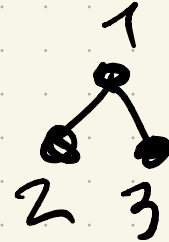
Würfelgr.

 W_1 : W_2 : W_3 :

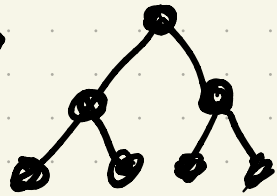


B_r : B_0 $\bullet$ 1

B_1



B_2



Binärbaum der Tiefe r
(vollständiger)

- Frage: für welche r lässt sich B_r in $G_{n,m}$ einbetten?
(n, m beliebig groß)