

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen**Blatt 1****Aufgabe 1:**

Bestimmen Sie die Lösungsmenge des LGS

$$\begin{array}{rccccrcr} 3x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & 4x_3 & - & x_4 & = & -2 \\ -x_1 & + & \frac{1}{2}x_2 & - & x_3 & & & = & 0 \\ 3x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & = & -1 \end{array}$$

**Aufgabe 2:**

Bestimmen Sie jeweils Kern, Bild und Rang von

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 3:**

Welche der folgenden Vektoren sind orthogonal zueinander? Was sind ihre Längen?

$$q_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad q_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad q_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad q_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Welche der folgenden Matrizen sind orthogonal?

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & 6 \\ 2 & 0 & -6 & 3 \\ 3 & 6 & 0 & -2 \\ 6 & -3 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 4:**

Bestimmen Sie den Wert von  $(1 - \sqrt{2})^6$  näherungsweise, indem Sie für  $\sqrt{2}$  den Wert 1,4 benutzen.

Zeigen Sie, dass die fünf Ausdrücke

$$\frac{1}{(1 + \sqrt{2})^6}, \quad (3 - 2\sqrt{2})^3, \quad 99 - 70\sqrt{2}, \quad \frac{1}{(3 + 2\sqrt{2})^3}, \quad \frac{1}{99 + 70\sqrt{2}}$$

denselben Wert haben wie  $(1 - \sqrt{2})^6$ . Werten Sie auch diese aus mit 1,4 statt  $\sqrt{2}$ . Welche der sechs Möglichkeiten liefert den genauesten Wert? Warum?

**Freie Aufgabe:**

Sie sehen aufs Meer. Wie weit entfernt ist der Horizont?

Gehen wir davon aus, Sie stehen an einem Strand, ziemlich direkt am Wasser, so dass Ihre Augen genau 2m über dem Meeresspiegel sind. Der Einfachheit halber gehen wir davon aus, dass die Erde eine Kugel ist, mit einem Radius von 6350 km.

Stellen Sie eine Gleichung auf und finden Sie eine kluge Art, die Lösung so zu berechnen, so dass die Rundungsfehler klein bleiben (vgl. Aufgabe 4). Die eleganteste Lösung gewinnt!