

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

## Blatt 2

**Aufgabe 1:**

Wir betrachten die Matrizen

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie von Hand  $P_1 \cdot P_1$ ,  $P_1 \cdot P_2$ ,  $P_1 \cdot L$ ,  $L \cdot P_1$ . Was ist also wohl  $P_2 \cdot L$  und  $L \cdot P_2$ ?**Aufgabe 2:**

Wir betrachten die Matrizen

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Berechnen Sie von Hand  $L_1^{-1}$ ,  $L_2^{-1}$  und  $L_3^{-1}$ .(b) Berechnen Sie von Hand  $L_1 \cdot L_1^{-1}$  und  $L_1 \cdot L_2 \cdot L_3$ .**Aufgabe 3:**

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 5 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & -4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Lösung des LGS  $A \cdot x = b$  mit Hilfe der LU-Zerlegung von  $A$ .**Aufgabe 4:**

Berechnen Sie die LU-Zerlegung mit Pivotisierung von

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

**Zusatzaufgabe:**Betrachten wir die Datentypen `float` und `double` wie in der Vorlesung.Was ist das kleinste  $n \in \mathbb{N}$ , das nicht mehr exakt als float (bzw double) dargestellt wird?Umgekehrt: was ist das größte  $n \in \mathbb{N}$ , das exakt als float (bzw double) dargestellt wird?Was ist das kleinste positive  $x \in \mathbb{R}$ , dass exakt als float (bzw double) dargestellt wird?