

Übungen zur Vorlesung Wissenschaftliches RechnenC++ Mini-Projekt Nummer 2**Aufgabe:**

Schreiben Sie ein C++-Programm, das die Ausgleichsparabel für m Datenpunkte mittels der QR-Zerlegung aus der Vorlesung findet. (Also das Polynom zweiten Grades, das die Punkte bezüglich der 2-Norm am besten approximiert.)

Das genau soll es können: Der Nutzer gibt zunächst $m \geq 3$ ein, und dann m Zahlenpaare x_i, y_i . Das Programm berechnet

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \\ 1 & x_3 & x_3^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_m & x_m^2 \end{pmatrix},$$

und berechnet die Lösung $x = (f_0, f_1, f_2)^T$ der Normalgleichungen $A^T A x = A^T y$ mittels der QR-Zerlegung mit Gram-Schmidt. (Da wir die QR-Zerlegung benutzen, vereinfachen sich die Normalgleichungen ja deutlich, siehe Vorlesung.) Die Ausgabe ist dann Q, R sowie das Approximationspolynom $f_2 x^2 + f_1 x + f_0$ vom Grad zwei.

Falls die Matrix A nicht vollen Rang hat, wird das ausgegeben (und nichts berechnet).

Tipp: A hat vollen Rang 3 *genau* dann, wenn es mindestens drei verschiedene x_i gibt.

Sie dürfen davon ausgehen, dass alle Eingaben korrekt sind (also z.B. dass m eine natürliche Zahl größer gleich 3 ist, dass (x_1, y_1) wirklich zwei Fließkommazahlen sind, die durch Komma getrennt sind, usw.)

Beispiel: (Eingabe des Nutzers in **rot**).

```
$ ./a.out
```

```
Ausgleichsparabel. Bitte die Anzahl m der Datenpunkte eingeben: 4
```

```
(x1,y1) eingeben: 1,1
```

```
(x2,y2) eingeben: -1,1
```

```
(x3,y3) eingeben: 0,0
```

```
(x4,y4) eingeben: 2,1
```

```
Das Approximationspolynom ist 0.25 x^2 + -0.15 x + 0.45.
```

```
Q=
```

```
[ 0.5, 0.2236, -0.5 ]
```

```
[ 0.5, -0.6708, 0.5 ]
```

```
[ 0.5, -0.2236, -0.5 ]
```

```
[ 0.5, 0.6708, 0.5 ]
```

```
R =  
[ 2.0, 1.0, 3.0 ]  
[ 0.0, 2.2360, 2.2360]  
[ 0.0, 0.0, 1.9999 ]
```

Anderes Beispiel: (Eingabe des Nutzers in **rot**).

```
$ ./a.out
```

Ausgleichsparabel. Bitte die Anzahl m der Datenpunkte eingeben: **4**

(x1,y1) eingeben: **1,2**

(x2,y2) eingeben: **1,2**

(x3,y3) eingeben: **1,2**

(x4,y4) eingeben: **1,2**

Keine Loesung, denn A hat keinen vollen Rang.

Für die Ausgabe oben wurde mit `cout.precision(5)`; die Zahl der Dezimalstellen auf fünf gesetzt, damit es besser lesbar ist. (Irgendwo vorne, also z.B. am Anfang in der `main`-Funktion.) Das ist für Sie optional.

Gutes Gelingen!

Nachtrag Dienstag 11.6.: Einige Anmerkungen, da dazu Fragen auftauchten:

- Das Programm soll auf jeden Fall bitte nur *einen* Durchlauf machen, egal, ob "Keine Lösung" ausgegeben wird, oder eine Lösung ausgegeben wird.
- Die Nullen in der Matrix R unter der Hauptdiagonalen müssen nicht berechnet werden, die Einträge dürfen einfach auf 0 gesetzt werden.
- Alle Zahlen müssen nur bis auf Rechengenauigkeit stimmen (bei `float`: circa 10^{-7} , bei `double`: circa 10^{-15}). Also ist in diesem Sinne $2 = 2.0 = 1.999999$, und $0.00000001 = 0 = 0.0$.
- Die Programme bitte wieder so benennen: `Techfakaccount.cpp`, also z.B. `dfrettloeh.cpp`.