

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen**Blatt 1****Aufgabe 1:**

(a) Seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie A^2 , AA^T , $A^T A$, AB , BA (falls möglich).

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des LGS

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 - x_3 &= 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 &= -1 \\ -x_1 + \frac{1}{2}x_2 - x_3 &= 0 \end{aligned}$$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie jeweils Kern, Bild und Rang von

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3:

Welche der folgenden Vektoren sind orthogonal zueinander? Was sind ihre Längen?

$$q_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad q_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad q_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $q_3^T \cdot q_3$ und $q_3 \cdot q_3^T$.

Aufgabe 4:

Welche der folgenden Matrizen sind orthogonal?

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Zusatzaufgabe:

Sie sehen aufs Meer. Wie weit entfernt ist der Horizont?

Gehen wir davon aus, Sie stehen an einem Strand, ziemlich direkt am Wasser, so dass Ihre Augen genau 2m über dem Meeresspiegel sind. Der Einfachheit halber gehen wir davon aus, dass die Erde eine Kugel ist, mit einem Radius von 6350 km.

Stellen Sie eine Gleichung auf und finden Sie eine kluge Art, die Lösung so zu berechnen, so dass die Rundungsfehler klein bleiben.