

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 2

Aufgabe 1:

Wir betrachten die Matrizen

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie von Hand $P_1 \cdot v$, $P_2 \cdot v$, $v^T \cdot P_2$, $L \cdot v$, $P_1 \cdot P_1$, $P_1 \cdot P_2$, $P_2 \cdot P_1$, $P_1 \cdot L$, $L \cdot P_1$.
(Wenn Sie das richtige (!) Ergebnis sofort sehen, dann ist das auch OK.)

Was ist also wohl $P_2 \cdot L$ und $L \cdot P_2$?

Zusatzfrage: Welche dieser Matrizen sind orthogonal?

Aufgabe 2:

Wir betrachten die Matrizen

$$L_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad L_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie von Hand $L_1 \cdot L_1^{-1}$, $L_1 \cdot L_2$ und $L_2 \cdot L_1$.

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Lösung von $Ax = b$ mittels LU-Zerlegung für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie dazu die Matrizen L_1, L_2 so dass $U = L_2 L_1 A$, $L = (L_2 L_1)^{-1}$ und benutzen Sie Vorwärts- und Rückwärtssubstitution, um x zu berechnen.

Zusatzaufgabe:

Betrachten wir die Datentypen `float` und `double` wie in der Vorlesung.

Was ist das kleinste $n \in \mathbb{N}$, das nicht mehr exakt als float (bzw double) dargestellt wird?

Umgekehrt: was ist das größte $n \in \mathbb{N}$, das exakt als float (bzw double) dargestellt wird?

Was ist das kleinste positive $x \in \mathbb{R}$, dass exakt als float (bzw double) dargestellt wird?