Dr. Dirk Frettlöh 25.6.2024

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 7

Aufgabe 1:
Berechnen Sie für die Vektoren $f = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ und $g = (1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ deren Faltung $f * g$; bzw genauer (und einfacher): Berechnen Sie $N \cdot (f * g)$. Tun Sie das Gleiche für $f = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ und $g = (1, 2, 2, 1, 0, 0, 0, 0)$.

Aufgabe 2:
Berechnen Sie die FFT von $f = (4, 0, 4, 0)^T$ und von $g = (8, -4, -8, 16)^T$ über $\mathbb{C}$ mit dem Divide-and-Conquer Ansatz.

Aufgabe 3:
Berechnen Sie die DFT von $f = (1, 0, 0, 0)^T$, von $g = (1, 1, 1, 1)^T$ und von $h = (1, i, -1, -i)^T$ über $\mathbb{C}$ (irgendwie, wo wie es Ihnen am günstigsten erscheint).

Zusatz: Berechnen Sie die DFT von $f = (1, \xi, \xi^2, \ldots, \xi^{N-1})^T$.

Aufgabe 4:
Beweisen Sie die diskrete Version der Parsevalschen Gleichung: Für jede Funktion $f : \{0, 1, \ldots, N-1\} \to \mathbb{C}$ gilt:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |\hat{f}_n|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |f_n|^2$$

Aufgabe 5:
Sei V die DFT-Matrix für $N = 4$ (V wie in der Vorlesung vor Satz 10.2). Berechnen Sie V^2 und V^4, einmal über $\mathbb{C}$ mit $\xi = i$, einmal über Z_5 mit $\xi = 2$.

Zusatzaufgabe: Beweisen Sie Satz 10.11 der Vorlesung. Zeigen Sie damit, dass für jeden Eigenwert λ von V gilt: $\lambda \in \{1, -1, i, -i\}$.