

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 2

Aufgabe 1:

Wir betrachten die Matrizen

$$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie von Hand $P_1 \cdot v$, $P_2 \cdot v$, $v^T \cdot P_2$, $L \cdot v$, $P_1 \cdot P_1$, $P_1 \cdot P_2$, $P_2 \cdot P_1$, $P_2 \cdot L$, $L \cdot P_2$.

(Zusatzfrage: Welche dieser Matrizen sind orthogonal?)

Aufgabe 2:

Finden Sie $f_1, f_2, f_3 \in \mathbb{R}$, so dass mit $f(x) = f_1 + f_2x + f_3x^2$ gilt: $f(-1) = \frac{9}{2} = 4,5$, $f(0) = 3$ und $f(2) = 3$. (Sie brauchen hier keine LU-Zerlegung durchzuführen.)

Finden Sie vier konkrete Werte $f_1, f_2, f_3, f_4 \in \mathbb{R}$, so dass mit $f(x) = f_1 + f_2x + f_3x^2 + f_4x^3$ gilt: $f(-1) = 1$, $f(0) = -1$ und $f(1) = 1$.

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die LU-Zerlegungen von A und B für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Lösung von $Ax = b$ mittels der LU-Zerlegung von A und benutzen Sie Vorwärts- und Rückwärtssubstitution, um x zu berechnen.