

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 7

Aufgabe 1:

Berechnen Sie die DFT von $f = (1, 0, 0, 0)^T$, von $g = (1, 1, 1, 1)^T$ und von $h = (1, i, -1, -i)^T$ über $\mathbb{C}$.

Zusatz: Berechnen Sie die DFT von $f = (1, \xi, \xi^2, \dots, \xi^{N-1})^T$.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie für die Vektoren $f = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ und $g = (1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ deren Faltung $f * g$; bzw genauer (und einfacher): Berechnen Sie $N \cdot (f * g)$. Tun Sie das Gleiche für $f = (1, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$ und $g = (1, 2, 2, 1, 0, 0, 0, 0)$.

Aufgabe 3:

Sei V die DFT-Matrix für $N = 4$ (V wie in der Vorlesung vor Satz 10.2). Berechnen Sie V^2 und V^4 .

Aufgabe 4:

Beweisen Sie die diskrete Version der Parsevalschen Gleichung: Für jede Funktion $f : \{0, 1, \dots, N-1\} \rightarrow \mathbb{C}$ gilt:

$$\sum_{n=0}^{N-1} |\hat{f}_n|^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |f_n|^2$$

Zusatzaufgabe: Beweisen Sie Satz 10.2 der Vorlesung. Zeigen Sie damit, dass für jeden Eigenwert λ von V gilt: $\lambda \in \{1, -1, i, -i\}$.