

Präsenzübungen zur Vorlesung Wissenschaftliches Rechnen

Blatt 7

Aufgabe 0: (an der Tafel)

Welche dieser Funktionen sind gerade, welche ungerade, welche weder-noch?

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x|,$
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 + x^3,$
3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^x,$
4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = e^{x^2},$
5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = (e^x)^2,$
6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$

Für die weder-noch: stellen Sie die als Summe je einer geraden und einer ungeraden Funktion dar.

Aufgabe 1: Zeigen Sie:

- (a) Ist f eine gerade Funktion und g eine ungerade Funktion, dann ist $f \cdot g$ ungerade.
- (b) Ist f ungerade, dann ist $\int_{-a}^a f(x)dx = 0.$

Aufgabe 2:

Berechnen Sie die Fourierreihen von

- (a) $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x$
- (b) $g : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = |x|$

Die periodische Fortsetzung von g auf $\mathbb{R}$ heißt “Dreiecksfunktion”, die von f “Sägezahnfunktion”.

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- (a) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(t) \sin(t) dt$
- (b) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt) \sin(mt) dt \quad (m, n \in \mathbb{N})$
- (c) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos(nt) \cos(mt) dt \quad (m, n \in \mathbb{N})$

Aufgabe 4:

Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten a_0, a_1, a_2, a_3 und b_1, b_2, b_3 der Fourierreihe von $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sin(x) + \frac{1}{3} \sin(3x) + \frac{1}{10} \sin(10x)$ mittels der Formel aus dem Skript (Kasten vor Definition 14.1).

(Sie dürfen die Formeln (14.2), (14.3) und (14.4) benutzen.)

Aufgabe 5:

Berechnen Sie die FFT von $f = (4, 0, 4, 0)^T$ und von $g = (8, -4, -8, 16)^T$ über $\mathbb{C}$ mit dem Divide-and-Conquer Ansatz.