Universität Bielefeld **Wintersemester 2017/18**
F. Gähler **Abgabe bis 27.10.2017, 16 Uhr**

Übungen zur Vorlesung
Lineare Algebra für Physik
Blatt 2

Aufgabe 1
Seien $W_1 := \{(a, b, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ und $W_2 := \{(0, b, c) \mid b, c \in \mathbb{R}\}$.

a) Zeigen Sie, dass W_1 und W_2 Unterräume des $\mathbb{R}^3$ sind.

b) Berechnen Sie $W_1 \cap W_2$ und $W_1 + W_2$.

(2 + 2 Punkte)

Aufgabe 2
Sei $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + z - 2y = 0\}$.

a) Zeigen Sie, dass W ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$ ist.

b) Geben Sie zwei verschiedene Basen von W an.

c) Sei $W' = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x + z - 2y = -1\}$. Ist W' ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$?

d) Sei $W'' = \{v - w | v, w \in W'\}$. Ist W'' ein Unterraum von $\mathbb{R}^3$? Was fällt Ihnen auf?

(1+2+1+1 Punkte)

Aufgabe 3
Fassen Sie $\mathbb{C}$ als Vektorraum über $\mathbb{R}$ auf. Zeigen Sie, dass $W_1 = \mathbb{R}$ ein Unterraum von $\mathbb{C}$ ist. Geben Sie einen weiteren, echten, nichttrivialen Unterraum W_2 von $\mathbb{C}$ an. Lässt sich $\mathbb{C}$ als direkte Summe von W_1 und W_2 darstellen? Gilt das für jede Wahl von $W_2 \neq W_1$?

(3 Punkte)

Aufgabe 4
Seien W_1 und W_2 Unterräume von V.

a) Zeigen Sie, dass $W_1 + W_2$ der kleinste Unterraum ist, der W_1 und W_2 enhält.

b) Zeigen Sie, dass $W_1 \cup W_2$ im allgemeinen kein Unterraum ist.

c) Zeigen Sie, dass $\mathcal{L}(W_1 \cup W_2) = W_1 + W_2$.

d) Geben Sie ein Beispiel mit $W_1 \neq W_2$ an, für das $W_1 \cup W_2 = W_1 + W_2$ gilt.

(1 + 1 + 1 + 1 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 27.10.2017, 16.00 Uhr, in den Postfächern der jeweiligen Tutoren im Kopierraum V3-126/128