Universität Bielefeld
F. Gähler

Wintersemester 2017/18
Abgabe bis 1.12.2017, 16 Uhr

Übungen zur Vorlesung

Lineare Algebra für Physik

Blatt 7

Im Folgenden seien alle Matrizen über $K = \mathbb{R}$ definiert.

Aufgabe 1
Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

und die Funktion $P : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $P(x) := \det(A - x\mathbb{1}_3)$.

a) Zeigen Sie, dass P ein Polynom ist.

b) Bestimmen Sie die Nullstellen von P.

c) Welche Bedeutung haben die Nullstellen von P?

(1+2+1 Punkte)

Aufgabe 2
Berechnen Sie die Determinante der Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ auf drei verschiedene Weisen, nämlich

a) mit der Leibniz-Formel,

b) mittels elementarer Zeilen-/Spaltenoperationen,

c) und mit dem Entwicklungssatz von Laplace.

(2+1+2 Punkte)

Aufgabe 3
Lösen Sie nun das lineare Gleichungssystem $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit der Matrix A aus Aufgabe 2 auf drei Arten, nämlich

a) mittels elementarer Zeilenumformungen,

b) mit der Cramer'schen Regel,

c) mittels Berechnung von A^{-1}.

(1+1+1 Punkte)

– bitte wenden –

Aufgabe 4
Es sei A' jeweils die zu A komplementäre Matrix. Zeigen Sie die folgenden Eigenschaften der komplementären Matrix (A und B seien invertierbare $n \times n$-Matrizen):

a) $(A')^t = (A^t)'$

b) $(AB)' = B'A'$

c) $\det(A') = (\det(A))^{n-1}$

d) $(A')' = (\det(A))^{n-2}A$

Hinweis: Hier sind keine langwierigen Rechnungen notwendig! Wie können Sie A' durch eine andere Matrix ausdrücken, deren Eigenschaften Sie schon kennen?

(1+1+1+1 Punkte)

Abgabe bis Freitag, 1.12.2017, 16.00 Uhr, in den Postfächern der jeweiligen Tutoren im Kopierraum V3-126/128